Problemas resueltos de transformadores

MIGUEL ÁNGEL RODRÍGUEZ POZUETA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

PROBLEMAS RESUELTOS DE TRANSFORMADORES

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

PRESENTACIÓN

Esta colección de problemas resueltos está estructurada de forma que ayude al alumno a resolver por sí mismo los problemas propuestos. Por esta causa este texto comienza con los enunciados de todos los problemas, seguidos de sus resultados, y finaliza con la resolución de cada problema según el siguiente esquema:

1) Se da el enunciado del problema.
2) Se muestran los resultados del problema.
3) Se proporcionan unas sugerencias para la resolución del problema.
4) Se expone la resolución detallada del problema.

Se sugiere al alumno que sólo lea el enunciado del problema y que trate de resolverlo por su cuenta. Si lo necesita, puede utilizar las sugerencias que se incluyen en cada problema.

El alumno sólo debería leer la resolución detallada de cada problema después de haber intentado resolverlo por sí mismo.

Por otra parte, este documento está diseñado para que se obtenga un texto impreso bien organizado si decide ahorrar papel imprimiéndolo a tamaño reducido, de forma que se incluyan dos páginas por cada hoja de papel A4 apaisado.

© 2018, Miguel Angel Rodríguez Pozueta
Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/ or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.

Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm

TRANSFORMADORES

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS DE TRANSFORMADORES

T.1 PARÁMETROS Y ENSAYOS

T.1.1 Los ensayos de un transformador monofásico de 10 kVA, 230/2300 V han dado los siguientes resultados:

Vacío (medidas en el lado de B.T.):	230 V	0,45 A	70 W
Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	120 V	4,5 A	240 W

a) Calcular los parámetros del circuito equivalente.
b) Calcular las tensiones relativas ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}.

T.1.2 Un transformador monofásico de 1 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Vacío (medidas en el lado de B.T.):	1000 V	30 A	10 kW
Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	540 V	90 A	12 kW

Calcular los parámetros R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc}, X_{cc}, ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} del transformador.

T.1.3 Se ha ensayado un transformador monofásico de 500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz, obteniéndose los siguientes resultados:

Vacío:	15000 V	1,67 A	4000 W
Cortocircuito:	126 V	140 A	7056 W

a) Obtener los parámetros del circuito equivalente del transformador reducido al primario.
b) Determinar las caídas relativas de tensión ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

T.2 RENDIMIENTOS, CORTOCIRCUITOS Y CAÍDAS DE TENSIÓN

T.2.1 En el transformador del problema T.1.2 calcular lo siguiente:
a) Tensión con que hay que alimentar este transformador por el primario para que proporcione la tensión asignada en el secundario cuando suministra 800 kVA con factor de potencia 0,8 inductivo.
b) Potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.
c) Intensidad permanente de cortocircuito en el primario y en el secundario y la corriente de choque.

T.2.2 En el transformador del problema T.1.3 calcular lo siguiente:

a) El rendimiento cuando alimenta una carga de 360 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.

b) El rendimiento máximo cuando funciona con un factor de potencia 0,9 inductivo.

c) La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 inductivo.

d) La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 capacitivo.

T.2.3 Un ingeniero quiere analizar una instalación que está alimentada por un viejo transformador monofásico del que carece de información y cuya placa de características está casi ilegible, de modo que sólo ha podido averiguar que la relación de transformación es 10000/1000 V, que la potencia asignada vale 400 kVA y la frecuencia asignada es 50 Hz.

De los datos de funcionamiento de la instalación sabe que cuando el transformador está en vacío a la tensión asignada circula una corriente de 0,6 A por el primario y consume 1000 W. También obtiene que cuando el transformador está a media carga, con factor de potencia unidad y con la tensión asignada en el primario, la tensión secundaria es 991,9 V y a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario vale 955,5 V.

Calcular:

a) Parámetros R_{Fe}, X_μ, ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}.

b) Las medidas que se hubieran obtenido de haber realizado el ensayo de cortocircuito a la intensidad asignada y alimentando el transformador por el primario.

c) La intensidad de cortocircuito en régimen permanente en el primario y la corriente de choque.

T.2.4 De un transformador monofásico de 0,5 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz se sabe que cuando su primario está a la tensión asignada V_{1N} y se produce un cortocircuito en el secundario por el primario circula una corriente de régimen permanente 625 A y el factor de potencia vale entonces 0,313. También se sabe que el máximo rendimiento de este transformador se produce cuando el índice de carga es 0,8 y que cuando está en vacío la corriente en el primario vale 2 A. Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc}, ε_{Xcc}, P_{cc}, P_0, R_{Fe} y X_μ de este transformador.

T.2.5 Se ha realizado el ensayo de cortocircuito de un transformador monofásico de 2500 kVA, 50000/10000 V y 50 Hz obteniéndose los siguientes resultados:

720 V 225 A 40500 W

Se sabe que este transformador tiene una corriente de vacío igual al 2% de la asignada y que su rendimiento con la carga asignada y factor de potencia unidad es de 97,5%. Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc}, ε_{Xcc}, P_0, R_{Fe} y X_μ de este transformador.

T.3 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

T.3.1 Un transformador trifásico Yd5 de 15000/6000 V, 3 MVA y 50 Hz ha dado estos resultados en unos ensayos:

Vacío:	15000 V	3,5 A	24000W
Cortocircuito:	322 V	258,3 A	24000 W

a) Calcular los parámetros del circuito equivalente.
b) Obtener los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
c) Calcular las corrientes permanentes del primario y del secundario cuando se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario.
d) Determinar la tensión del secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador alimenta una carga de 240 A con factor de potencia 0,8 inductivo.
e) Calcular el rendimiento de este transformador cuando alimenta una carga de 2,1 MVA con factor de potencia 0,75 capacitivo.
f) Hallar el índice de carga óptimo con el cual se produce el rendimiento máximo y el valor de dicho rendimiento máximo cuando el factor de potencia es 0,6.

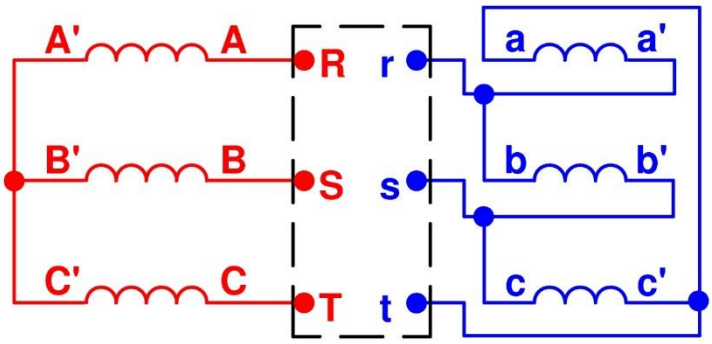
T.3.2 Un transformador trifásico tiene una placa de características en la que se pueden leer los siguientes datos:

S_N = 100 kVA	660/250 V	Yy0	ε_{cc} = 8%
P_{CuN} = 1800 W	P_{Fe} = 1200 W		I_{0L} = 3,5 A

Calcular:
a) Los valores que se hubieran medido al realizar el ensayo de cortocircuito a intensidad asignada alimentando el transformador por el lado de Alta Tensión.
b) Los parámetros R_{Fe}, X_μ, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
c) Las intensidades de línea en el primario y en el secundario en régimen permanente cuando se produce cortocircuito trifásico en bornes del secundario. Calcule también la corriente de choque de línea durante el régimen transitorio de este cortocircuito.
d) La tensión de línea en el secundario si se alimenta la máquina a la tensión asignada por el primario y tiene conectada en su secundario una carga de 80 kVA y factor de potencia 0,6 capacitivo.
e) El rendimiento de este transformador con la carga del apartado anterior.
f) La potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.

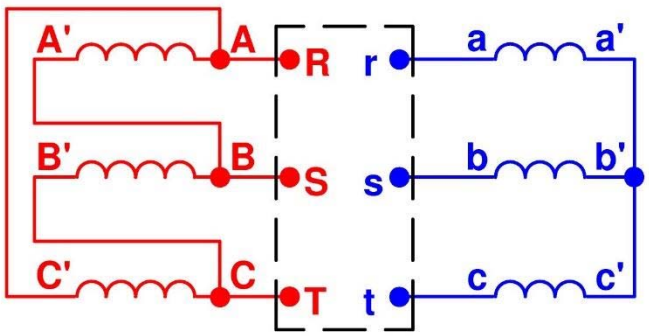
T.3.3 Un transformador trifásico Dy11, 500 kVA, 15000/3000 V, 50 Hz, ε_{cc} = 5,5%, cos φ_{cc} = 0,2 tiene su máximo rendimiento para una potencia de 400 kVA.
a) Calcular los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}
b) Calcular las pérdidas en el cobre asignadas y las pérdidas en el hierro.
c) Si se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario ¿cuál es la corriente de línea en régimen permanente en el primario? y ¿cuál es la corriente de choque de línea?
d) Calcular la tensión de línea con que hay que alimentar el primario para conseguir en el secundario la tensión asignada cuando hay una carga de 300 kW con un factor de potencia 0,8 inductivo.

T.3.4 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



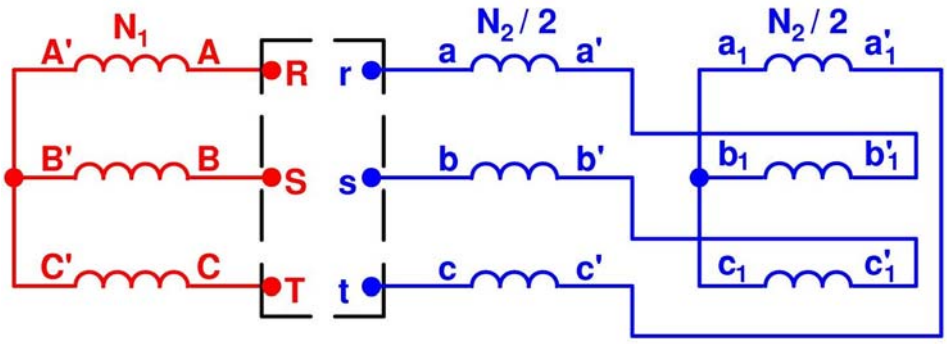
a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de alta tensión (A.T.)).

T.3.5 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.).

T.3.6 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.).

T.4 CONEXIÓN EN PARALELO

T.4.1 Un transformador monofásico de 1500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en un ensayo de cortocircuito:

207 V 460 A 31740 W

a) Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
b) Este transformador se acopla en paralelo con otro de igual relación de transformación, 1000 kVA y tensión relativa de cortocircuito $\varepsilon_{cc} = 8\%$. ¿Cuál de los dos es el más cargado (el más "duro")?
c) Calcular como se reparte entre ambos una carga de 2000 kW con factor de potencia 0,9 inductivo. ¿Queda alguno de ellos sobrecargado?
d) ¿Cuál será la máxima potencia aparente que el conjunto de estos dos transformadores en paralelo puede proporcionar sin sobrecargar ninguno de ellos?
e) Si se produce un cortocircuito trifásico en el secundario del conjunto de los dos transformadores en paralelo cuando la red primaria suministra su tensión asignada, ¿cuál será la corriente de cortocircuito que el conjunto de estos dos transformadores demanda en régimen permanente por el primario?

T.4.2 Se dispone de dos transformadores trifásicos acoplados en paralelo de las siguientes características:

TRANSFORMADOR A:	20000/2000 V	Yd5	50 Hz	$S_{AN} = 3$ MVA
$\varepsilon_{Acc} = 4{,}5\%$	$P_{Acc} = 30000$ W	$P_{A0} = 6999$ W		$I_{A0L} = 2$ A
TRANSFORMADOR B:	20000/2000 V	Dy5	50 Hz	$S_{BN} = 1$ MVA
$\varepsilon_{Bcc} = 5\%$	$P_{Bcc} = 13500$ W	$P_{B0} = 2043$ W		$I_{B0L} = 0{,}5$ A

a) Calcular las siguientes magnitudes del transformador T equivalente a estos dos en paralelo:

S_{TN} ε_{Tcc} ε_{TRcc} ε_{TXcc} P_{Tcc} P_{T0} I_{T0L}

b) Si se produce un cortocircuito trifásico en el secundario del conjunto de los dos transformadores en paralelo, ¿cuál será la corriente de cortocircuito que el conjunto de estos dos transformadores demanda en régimen permanente por el primario? ¿Cuál será la corriente de choque de línea durante el régimen transitorio de este cortocircuito?
c) Si el conjunto de estos dos transformadores en paralelo está conectado a la tensión asignada por el primario y alimenta por el secundario a una carga de 1010 A con un factor de potencia 0,8 inductivo, ¿cuál será la tensión de línea en el secundario?
d) ¿Cómo se reparte la potencia aparente entre estos dos transformadores cuando alimentan la carga del apartado anterior?
e) ¿Cuál será el mayor de los rendimientos máximos del conjunto de estos dos transformadores en paralelo? ¿Qué potencia aparente suministra el conjunto de estos transformadores cuando están funcionando con este mayor rendimiento máximo?

T.5 PROBLEMAS NO RESUELTOS

T.5.1 Un transformador monofásico de 1000/100 V, 30 kVA y 50 Hz ha dado estos resultados en un ensayo de cortocircuito

45 V 25 A 170 W (Datos medidos en el lado de A.T.)

Calcule las corrientes que circulan por el primario y por el secundario cuando se produce un cortocircuito en bornes del secundario y se establece el régimen permanente de cortocircuito. Calcule también la corriente de choque de este cortocircuito.

T.5.2 Un transformador monofásico de 3000/600 V, 75 kVA y 50 Hz ha dado estos resultados en un ensayo de cortocircuito

32,4 V 112,5 A 1215 W (Datos medidos en el lado de B.T.)

Calcule las corrientes que circulan por el primario y por el secundario cuando se produce un cortocircuito en bornes del secundario y se establece el régimen permanente de cortocircuito. Calcule también la corriente de choque en este cortocircuito.

T.5.3 Un transformador monofásico de 120 kVA, 6000/231 V da estos resultados en unos ensayos:

Vacío:	6000 V	1,6 A	6000 W	(Datos medidos en el lado de A.T.)
Cortocircuito:	1,923 V	260 A	300 W	(Datos medidos en el lado de B.T.)

a) Calcular los parámetros del circuito equivalente.
b) Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} y las pérdidas en el hierro y en el cobre a carga asignada.
c) Se conecta al secundario una carga de 100 kVA con factor de potencia 0,8 inductivo. Calcular la tensión a la que queda esta carga si el primario está a la tensión asignada. Repetir este cálculo si el factor de potencia es 0,8 capacitivo.
d) Calcular el rendimiento del transformador con la carga del apartado anterior.
e) Determine el índice de carga óptimo y el rendimiento máximo para factor de potencia 0,8.
f) Si se produce un cortocircuito franco en bornes del secundario ¿cuáles serán las corrientes del primario y del secundario en régimen permanente?
g) Este transformador se conecta en paralelo con otro de 100 kVA, 6000/231 V y tensión relativa de cortocircuito $V_{1cc} = 80$ V. El conjunto de estos dos transformadores en paralelo alimenta una carga de 200 kVA. ¿Cuál será la aportación de cada transformador? ¿Queda alguno de ellos sobrecargado?

T.5.4 Un transformador trifásico Yd5, 3 MVA, 30000/10000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Vacío:	10000 V	6 A	21600 W
Cortocircuito:	1820 V	50 A	45055 W

a) Calcular los siguientes parámetros de este transformador R_{Fe}, X_μ, ε_{cc}, ε_{Rcc}, ε_{Xcc}, P_{CuN} y P_{Fe}.
b) Calcular la corriente permanente de cortocircuito (de línea) en el lado de alta tensión (A.T.). Calcule también la corriente de choque de línea.
c) Obtener la tensión (de línea) secundaria cuando el primario está a la tensión asignada y alimenta una carga de 2 MW con factor de potencia 0,8 capacitivo.
d) Determinar el rendimiento del transformador cuando funciona con la carga del apartado anterior.
e) Calcular la potencia aparente a la cual se da el máximo rendimiento de esta máquina.
f) Este transformador se acopla en paralelo con otro Yd5, 2 MVA, 50 Hz, 30000/10000 V y ε_{cc} = 5%. ¿Cómo se reparte entre ambos una carga de 4 MVA?

T.5.5 Un transformador trifásico tiene las siguientes características: Yd5, 12000/3000 V, 1000 kVA, 50 Hz, ε_{cc} = 7% y ε_{Rcc} = 2,4%.

En un ensayo de vacío de este transformador se han obtenido estos resultados:

3000 V 10 A 18000 W (medidas en el lado de B.T.)

Calcular:

a) Parámetros R_{cc}, X_{cc}, R_{Fe} y X_μ del circuito equivalente.
b) Los resultados que se obtendrían del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada si se alimenta al transformador por el primario durante el ensayo.
c) Tensión en el secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador alimenta una carga de 640 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
d) Índice de carga óptimo y rendimiento máximo con un factor de potencia unidad.

Este transformador se acopla en paralelo con otro de 800 kVA y ε_{cc} = 8%. Calcular:

e) El reparto de potencias aparentes entre ambos transformadores cuando alimentan a 3000 V una carga que absorbe 250 A.
f) Máxima potencia aparente S_{TN} que pueden proporcionar los dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos.

T.5.6 En la placa de características de un transformador trifásico se puede leer lo siguiente:

12000/3000 V; 1000 kVA; 50 Hz; conexión Yd5; $\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{RCC} = 2\%$

Calcular:

a) Los parámetros R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} de este transformador.

b) Las medidas de tensión, intensidad y potencia que se obtendrían si se le realizara un ensayo de cortocircuito a corriente asignada, alimentando el transformador por el secundario.

c) Tensión en el secundario cuando el primario está a la tensión asignada y alimenta una carga de 700 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.

d) Rendimiento cuando la máquina está en la situación indicada en el apartado anterior, si en el ensayo de vacío a la tensión asignada esta máquina consume 13000 W.

e) El mayor rendimiento máximo que puede proporcionar este transformador y el índice de carga en que se produce este rendimiento máximo.

f) Este transformador se acopla en paralelo con otro de estas características:

Yd5; 12000/3000 V; 700 kVA; 50 Hz; $\varepsilon_{cc} = 5\%$

¿Cómo se reparte entre ambos una carga de 1500 kW con factor de potencia 0,9 inductivo?

T.5.7 Un transformador trifásico Yd5, 2 MVA, 12000/3000 V, 50 Hz ha dado estos resultados en un ensayo de cortocircuito:

307,94 A 120 V 11520 W

Se sabe que las pérdidas en el hierro de este transformador valen $P_{Fe} = 10125$ W. Calcular:

a) Parámetros R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc}

b) Parámetros ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}

c) Tensión en el secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador alimenta una carga que consume 270 A con factor de potencia 0,8 inductivo.

d) El mayor de los rendimientos máximos y potencia aparente de máximo rendimiento.

e) Las intensidades de cortocircuito en régimen permanente en el primario y en el secundario (intensidades de línea) y la corriente de choque de línea.

f) Este transformador se acopla en paralelo con otro de 1,5 MVA y se observa que la potencia total se reparte entre ambos de forma que el primer transformador toma el 60% del total y el nuevo transformador toma el 40% restante. ¿Cuál es la tensión relativa de cortocircuito (ε_{cc}) del nuevo transformador?

g) ¿Cuál es la máxima potencia aparente que pueden proporcionar ambos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos?

T.5.8 Se tiene un transformador trifásico de estas características:

$S_N = 500$ kVA	m = 6000/1000 V	f = 50 Hz	Conexión Yd5
$\varepsilon_{cc} = 5\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 1\%$	$P_{Fe} = 3{,}6$ kW	$I_{0L} = 1{,}5$ A

Calcular:

a) Parámetros del circuito equivalente (R_{cc}, X_{cc}, R_{Fe}, X_μ).
b) Corrientes que circulan en régimen permanente por el primario y por el secundario cuando se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario.
c) Tensión del secundario cuando el primario está a la tensión asignada y en el secundario hay una carga que consume una corriente de línea de 200 A con un factor de potencia 0,8 inductivo.
d) Rendimiento de la máquina con la carga del apartado anterior.
e) Índice de carga que proporciona el máximo rendimiento.
f) Si este transformador se acopla en paralelo con otro de 300 kVA, 6000/1000 V, 50 Hz, Dy5 y $\varepsilon_{cc} = 6\%$ ¿Cuál es la máxima potencia aparente que pueden proporcionar los dos juntos?

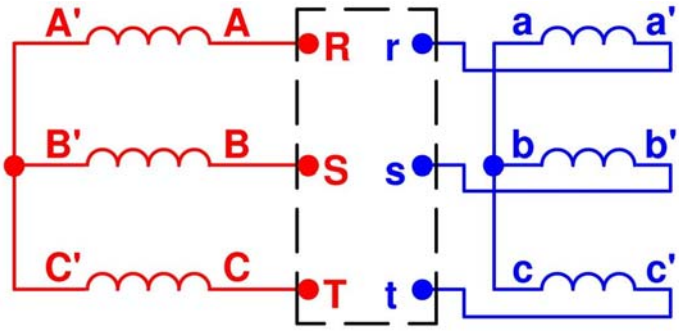
T.5.9 Un transformador trifásico Yd5 de 20000/1000 V, 400 kVA y 50 Hz ha dado estos resultados en unos ensayos:

Vacío:	20000 V	0,3 A	5100 W	
Cortocircuito:	52 V	200 A	5983 W	(Medidas en el lado de B.T.)

Calcular:

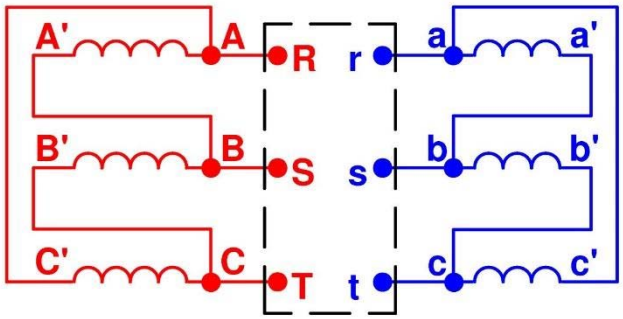
a) Parámetros R_{cc}, X_{cc}, R_{Fe} y X_μ de esta máquina.
b) Parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
c) Corrientes en el primario y en el secundario durante el régimen permanente que se establece cuando existe un cortocircuito trifásico en bornes del secundario.
d) Tensión que hay que aplicar en el primario para obtener la tensión asignada en el secundario cuando la carga consume 297,6 kW con un factor de potencia 0,8 inductivo.
e) Rendimiento del transformador cuando alimenta una carga que consume 190 A con factor de potencia 0,9.
f) El mayor de los rendimientos máximos.
g) Este transformador se acopla en paralelo con otro de 300 kVA y $\varepsilon_{cc} = 5\%$. ¿Cómo se reparte entre ambos una carga de 700 kVA?

T.5.10 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



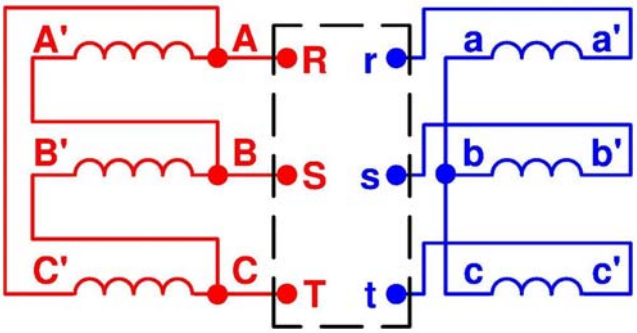
a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule la relación entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.).

T.5.11 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule la relación entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.).

T.5.12 En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule la relación entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.)

T.5.13 Se tienen dos transformadores trifásicos de 15000/600 V, Yd11, 50 Hz de las siguientes características:

Transformador A: S_{AN} = 500 kVA ε_{Acc} = 6 % ε_{ARcc} = 1,6 % P_{AFe} = 5000 W
Transformador B: S_{BN} = 800 kVA ε_{Bcc} = 7 % ε_{BRcc} = 2,0 % P_{BFe} = 9000 W

Calcular:

a) Las medidas que se obtendrían si se realizara un ensayo de cortocircuito al transformador A la intensidad asignada y alimentándolo por el primario.

b) Los siguientes parámetros del transformador equivalente a los transformadores A y B en paralelo: S_{TN}, ε_{Tcc}, ε_{TRcc}, ε_{TXcc}, P_{TCuN} y P_{TFe}

c) Potencia aparente que el conjunto de ambos transformadores en paralelo debe proporcionar para que el conjunto funcione a máximo rendimiento. Valor de dicho rendimiento máximo conjunto si la carga tiene un factor de potencia unidad.

d) Tensión en el secundario cuando ambos transformadores alimentan en paralelo una carga de 800 kW con un factor de potencia 0,8 capacitivo

e) ¿Cómo se reparte entre ambos la carga del apartado anterior?

T.5.14 Se tienen dos transformadores trifásicos de 15000/3000 V, 50 Hz y conexión Yd5 conectados en paralelo. De estos transformadores se conocen las siguientes características:

Transformador A: S_{AN} = 1 MVA; V_{A1ccL} = 900 V; P_{Acc} = 30 kW; P_{A0} = 19 kW
Transformador B: S_{BN} = 800 kVA; ε_{Bcc} = 7%; ε_{BRcc} = 4%; P_{B0} = 16 kW

a) Calcular los siguientes parámetros del transformador equivalente a los dos transformadores en paralelo:

$$S_{TN},\ \varepsilon_{Tcc},\ \varepsilon_{TRcc},\ \varepsilon_{TXcc},\ V_{T1ccL},\ P_{TCuN},\ P_{TFe}$$

b) En caso de producirse un cortocircuito trifásico en bornes del secundario calcular la corriente en régimen permanente que viene por la línea que alimenta por el primario al conjunto de estos dos transformadores en paralelo.

c) Estos dos transformadores están a la tensión asignada en el primario y alimentan conjuntamente por el secundario a una carga que demanda una intensidad total de 58 A con un factor de potencia 0,8 inductivo. ¿Cuál es la tensión de línea en el secundario?

d) ¿Cuál es el mayor de los rendimientos máximos del conjunto de estos dos transformadores en paralelo?

T.5.15 Se tiene un transformador trifásico Yd5 de 15000/400 V y 500 kVA que ha dado los siguientes resultados en un ensayo de cortocircuito en el que las medidas se han efectuado en el lado de Baja Tensión (B.T.).

650 A 15 V 12000 W

Las pérdidas en el hierro a tensión asignada de este transformador valen 6 kW.

Este transformador está conectado en paralelo con otro de 300 kVA, tensión relativa de cortocircuito de 3%, ángulo φ_{cc} de 45° y pérdidas en el hierro 4500 W.

Ambos transformadores alimentan una carga de 480 kW y factor de potencia 0,8 inductivo.

Calcular:

a) Parámetros R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} del primer transformador.

b) Parámetros ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc} de ambos transformadores.

c) Máxima potencia aparente que ambos transformadores en paralelo pueden proporcionar sin sobrecargar ninguno de ellos.

d) Parámetros ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc} del transformador equivalente a los dos en paralelo.

e) Reparto de la carga de 480 kW entre los dos transformadores.

f) Intensidad de cortocircuito en régimen permanente que circula por la línea del primario cuando se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario del conjunto de los dos transformadores en paralelo.

g) Potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo para factor de potencia 0,9 del conjunto de los dos transformadores en paralelo.

RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE TRANSFORMADORES

T.1 PARÁMETROS Y ENSAYOS

Problema T.1.1:

a) $R_{Fe} = 757\ \Omega$; $X_\mu = 693\ \Omega$; $R_{cc} = 0{,}119\ \Omega$; $X_{cc} = 0{,}239\ \Omega$

b) $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}24\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}52\%$; $\varepsilon_{cc} = 5{,}04\%$

Problema T.1.2:

$R_{Fe} = 10000\ \Omega$; $X_\mu = 3534\ \Omega$; $R_{cc} = 1{,}48\ \Omega$; $X_{cc} = 5{,}81\ \Omega$;
$\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}48\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}81\%$

Problema T.1.3:

a) $R_{Fe} = 56{,}3\ k\Omega$; $X_\mu = 9{,}1\ k\Omega$; $R_{cc} = 9\ \Omega$; $X_{cc} = 20{,}6\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}58\%$

T.2 RENDIMIENTOS, CORTOCIRCUITOS Y CAÍDAS DE TENSIÓN

Problema T.2.1:

a) $V_1 = 10374\ V$

b) $S_{\eta Máx} = 822\ kVA$; $\eta_{Máx} = 97{,}6\%$

c) $I_{1falta} = 1666{,}7\ A$; $I_{2falta} = 16667\ A$; $I_{1ch} = 3416\ A$

Problema T.2.2:

a) $\eta = 96{,}75\%$

b) $\eta_{Máx} = 97{,}27\%$

c) $V_2 = 2922\ V$

d) $V_2 = 3021\ V$

Problema T.2.3:

a) $R_{Fe} = 100000\ \Omega$; $X_\mu = 16890\ \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}26\%$; $\varepsilon_{cc} = 5{,}50\%$

b) $V_{1cc} = 550\ V$; $I_{1N} = 40\ A$; $P_{cc} = 6480\ W$

c) $I_{1falta} = 727{,}3\ A$; $I_{1ch} = 1818\ A$

Problema T.2.4:

$\varepsilon_{cc} = 8{,}0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2{,}5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7{,}6\%$; $P_{cc} = 12500\ W$;
$P_0 = 8000\ W$; $R_{Fe} = 12500\ \Omega$; $X_\mu = 5464\ \Omega$

Problema T.2.5:

$\varepsilon_{cc} = 8{,}0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2{,}0\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7{,}75\%$;

$P_0 = 14103$ W; $R_{Fe} = 177305\ \Omega$; $X_\mu = 52138\ \Omega$

T.3 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Problema T.3.1:

a) $R_{Fe} = 9372\ \Omega$; $X_\mu = 2565\ \Omega$; $R_{cc} = 0{,}75\ \Omega$; $X_{cc} = 4{,}44\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}92\%$

c) $I_{1faltaL} = 1925$ A; $I_{2faltaL} = 4811$ A

d) $V_{2L} = 5783$ V

e) $\eta = 97{,}6\%$

f) $C_{opt} = 0{,}894$; $\eta_{Máx} = 97{,}1\%$

Problema T.3.2:

a) $V_{1ccL} = 52{,}8$ V; $I_{1NL} = 87{,}5$ A; $P_{cc} = 1800$ W

b) $R_{Fe} = 362{,}9\ \Omega$; $X_\mu = 114{,}1\ \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}8\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}8\%$

c) $I_{1faltaL} = 1094$ A; $I_{2faltaL} = 2888$ A; $I_{1ChL} = 2296$ A

d) $V_{2L} = 260{,}3$ V

e) $\eta = 95{,}3\%$

f) $S_{\eta Máx} = 81600$ VA; $\eta_{Máx} = 97{,}14\%$

Problema T.3.3:

a) $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}1\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}39\%$

b) $P_{CuN} = 5500$ W; $P_{Fe} = 3520$ W

c) $I_{1faltaL} = 350$ A; $I_{1ChL} = 755{,}6$ A

d) $V_{1L} = 15463$ V

Problema T.3.4:

a) 5

b) Yd5

c) $m = \dfrac{m_T}{\sqrt{3}}$

Problema T.3.5:

a) 11

b) Dy11

c) $m = \sqrt{3} \cdot m_T$

Problema T.3.6:

a) 11

b) Yz11

c) $m = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m_T$

T.4 CONEXIÓN EN PARALELO

Problema T.4.1:

a) $\varepsilon_{cc} = 7{,}5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}5\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}07\%$

b) El más cargado es el transformador A.

c) $S_A = 1367$ kVA; $S_B = 855$ kVA; No se sobrecarga ninguno de los dos transformadores.

d) $S_{TN} = 2438$ kVA

e) $I_{T1falta} = 2167$ A

Problema T.4.2:

a) $S_{TN} = 3{,}9$ MVA; $\varepsilon_{Tcc} = 4{,}5\%$; $\varepsilon_{TRcc} = 1{,}05\%$; $\varepsilon_{TXcc} = 4{,}38\%$;
$P_{Tcc} = 40935$ W; $P_{T0} = 9042$ W; $I_{T0L} = 2{,}5$ A

b) $I_{T1faltaL} = 2502$ A; $I_{T1ChL} = 5205$ A

c) $V_{2L} = 1938$ V

d) $S_A = 2{,}69$ MVA; $S_B = 0{,}81$ MVA

e) $\eta_{Máx} = 99\%$; $S\eta_{Máx} = 1833$ kVA

T.5 PROBLEMAS NO RESUELTOS

Problema T.5.1:

$I_{1falta} = 555{,}6$ A; $I_{2falta} = 5556$ A; $I_{1ch} = 1272$ A

Problema T.5.2:

$I_{1falta} = 416{,}7$ A; $I_{2falta} = 2083$ A; $I_{1ch} = 1002$ A

Problema T.5.3:

a) $R_{Fe} = 6000\ \Omega$; $X_\mu = 4804\ \Omega$; $R_{cc} = 3\ \Omega$; $X_{cc} = 4\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 1{,}67\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 1{,}33\%$; $P_{Fe} = 6000$ W; $P_{CuN} = 1200$ W

c) $V_2 = 228$ V si $\cos\varphi_2 = 0{,}8$ inductivo; $V_2 = 231$ V si $\cos\varphi_2 = 0{,}8$ capacitivo

d) $\eta = 92{,}13\%$

e) $C_{opt} = 2{,}2$; $\eta_{Máx} = 94{,}71\%$

f) $I_{1falta} = 1198$ A; $I_{2falta} = 31107$A

g) $S_A = 97{,}7$ kVA; $S_B = 102{,}3$ kVA; Se sobrecarga ligeramente transformador B.

Problema T.5.4:

a) $R_{Fe} = 41637\ \Omega$; $X_{\mu} = 8855\ \Omega$; $\varepsilon_{cc} = 7\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 6{,}71\%$; $P_{CuN} = 60000$ W; $P_{Fe} = 21600$ W

b) $I_{1faltaL} = 824{,}3$ A; $I_{1ChL} = 1623$ A

c) $V_{2L} = 10202$ V

d) $\eta = 96{,}9\%$

e) $S_{\eta Máx} = 1{,}8$ MVA

f) $S_A = 2{,}07$ MVA; $S_B = 1{,}93$ MVA

Problema T.5.5:

a) $R_{cc} = 3{,}46\ \Omega$; $X_{cc} = 9{,}5\ \Omega$; $R_{Fe} = 7918\ \Omega$; $X_{\mu} = 2954\ \Omega$

b) $V_{1ccL} = 840$ V; $I_{1NL} = 48{,}1$ A; $P_{cc} = 24000$ W

c) $V_{2L} = 2859$ V

d) $C_{opt} = 0{,}866$; $\eta_{Máx} = 96\%$

e) $S_A = 764$ kVA; $S_B = 535$ kVA

f) $S_{TN} = 1700$ VA

Problema T.5.6:

a) $R_{cc} = 2{,}88\ \Omega$; $X_{cc} = 8{,}15\ \Omega$; $Z_{cc} = 8{,}64\ \Omega$

b) $V_{2ccL} = 180$ V; $I_{2NL} = 192{,}5$ A; $P_{cc} = 20000$ W

c) $V_{2L} = 2869$ V

d) $\eta = 96{,}11\%$

e) $\eta_{Máx} = 96{,}88\%$; $C_{opt} = 0{,}806$

f) $S_A = 905{,}6$ kVA; $S_B = 761$ kVA

Problema T.5.7:

a) $R_{cc} = 0{,}648\ \Omega$; $X_{cc} = 3{,}54\ \Omega$; $Z_{cc} = 3{,}6\ \Omega$

b) $\varepsilon_{Rcc} = 0{,}9\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}92\%$; $\varepsilon_{cc} = 5\%$

c) $V_{2L} = 2923$ V

d) $\eta_{Máx} = 98{,}67\%$; $S_{\eta Máx} = 1{,}5$ MVA

e) $I_{1faltaL} = 1925$ A; $I_{2faltaL} = 7698$ A; $I_{1ChL} = 4255$ A

f) $\varepsilon_{Bcc} = 5{,}63\%$

g) $S_{TN} = 3{,}33$ MVA

Problema T.5.8:

a) $R_{cc} = 0{,}72\ \Omega$; $X_{cc} = 3{,}53\ \Omega$; $R_{Fe} = 12385\ \Omega$; $X_{\mu} = 2374\ \Omega$

b) $I_{1faltaL} = 962$ A; $I_{2faltaL} = 5774$ A

c) $V_{2L} = 974$ V

d) $\eta = 98{,}3\%$

e) $C_{opt} = 0{,}849$

f) $S_{TN} = 750$ kVA

Problema T.5.9:

a) $R_{cc} = 19{,}9\ \Omega$; $X_{cc} = 56{,}6\ \Omega$; $R_{Fe} = 78431\ \Omega$; $X_{\mu} = 44179\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 5{,}98\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}98\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}64\%$

c) $I_{1faltaL} = 192$ A; $I_{2faltaL} = 3861$ A

d) $V_{1L} = 20924$ V

d) $\eta = 96{,}59\%$

e) $\eta_{Máx} = 96{,}92\%$

f) $S_A = 369$ kVA; $S_B = 331$ kVA

Problema T.5.10:

a) 6

b) Yy6

c) $m = m_T$

Problema T.5.11:

a) 0

b) Dd0

c) $m = m_T$

Problema T.5.12:

a) 5

b) Dy5

c) $m = \sqrt{3} \cdot m_T$

Problema T.5.13:

a) $V_{A1ccL} = 900$ V; $I_{A1NL} = 19{,}2$ A; $P_{Acc} = 8000$ W

b) $S_{TN} = 1185{,}7$ kVA; $\varepsilon_{Tcc} = 6\%$; $\varepsilon_{TRcc} = 1{,}67\%$; $\varepsilon_{TXcc} = 5{,}76\%$; $P_{TCuN} = 19801$ W; $P_{TFe} = 14000$ W

c) $S_{T\eta Máx} = 997$ kVA; $\eta_{TMáx} = 97{,}27\%$

d) $V_{2L} = 610{,}7$ V

e) $S_A = 421{,}7$ kVA; $S_B = 578{,}3$ kVA

Problema T.5.14:

a) $S_{TN} = 1685{,}7$ kVA; $\varepsilon_{Tcc} = 6\%$; $\varepsilon_{TRcc} = 3{,}17\%$; $\varepsilon_{TXcc} = 5{,}09\%$; $V_{T1ccL} = 900$ V; $P_{TCuN} = 53500$ W; $P_{TFe} = 35000$ W

b) $I_{T1faltaL} = 1081$ A

c) $V_{2L} = 2970$ V

d) $\eta_{TMáx} = 95{,}12\%$

Problema T.5.15:

a) $R_{Acc} = 13{,}31\ \Omega$; $X_{Acc} = 13{,}19\ \Omega$; $Z_{Acc} = 18{,}74\ \Omega$

b) $\varepsilon_{ARcc} = 2{,}96\%$; $\varepsilon_{AXcc} = 2{,}93\%$; $\varepsilon_{Acc} = 4{,}16\%$;
$\varepsilon_{BRcc} = 2{,}12\%$; $\varepsilon_{BXcc} = 2{,}12\%$; $\varepsilon_{Bcc} = 3\%$

c) $S_{TN} = 660{,}6$ kVA

d) $\varepsilon_{TRcc} = 2{,}13\%$; $\varepsilon_{TXcc} = 2{,}12\%$; $\varepsilon_{Tcc} = 3\%$

e) $S_A = 327{,}5$ kVA; $S_B = 272{,}5$ kVA

f) $I_{T1faltaL} = 848$ A

g) $S_{T\eta Máx} = 570656$ VA; $\eta_{TMáx} = 96{,}07\%$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

PROBLEMA T.1.1

ENUNCIADO

Los ensayos de un transformador monofásico de 10 kVA, 230/2300 V han dado los siguientes resultados:

Vacío (medidas en el lado de B.T.):	230 V	0,45 A	70 W
Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	120 V	4,5 A	240 W

a) Calcular los parámetros del circuito equivalente.
b) Calcular las tensiones relativas ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}.

RESULTADOS

a) $R_{Fe} = 757\ \Omega$; $X_{\mu} = 693\ \Omega$; $R_{cc} = 0{,}119\ \Omega$; $X_{cc} = 0{,}239\ \Omega$
b) $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}24\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}52\%$; $\varepsilon_{cc} = 5{,}04\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.

* En este transformador el primario tiene una tensión asignada inferior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el secundario y el de Baja Tensión (B.T.) es el primario.

* Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.

* Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ε_{cc} y ε_{RCC} aplicando el Teorema de Pitágoras.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.1

Datos:

$S_N = 10$ kVA m = 230/2300 V

Ensayo de vacío (medidas en el lado de B.T.):	230 V	0,45 A	70 W
Ensayo de cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	120 V	4,5 A	240 W

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$V_{1N} = 230$ V $V_{2N} = 2300$ V

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{10000\ \text{VA}}{230\ \text{V}} = 43{,}5\ \text{A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{10000\ \text{VA}}{2300\ \text{V}} = 4{,}35\ \text{A}$$

a) El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

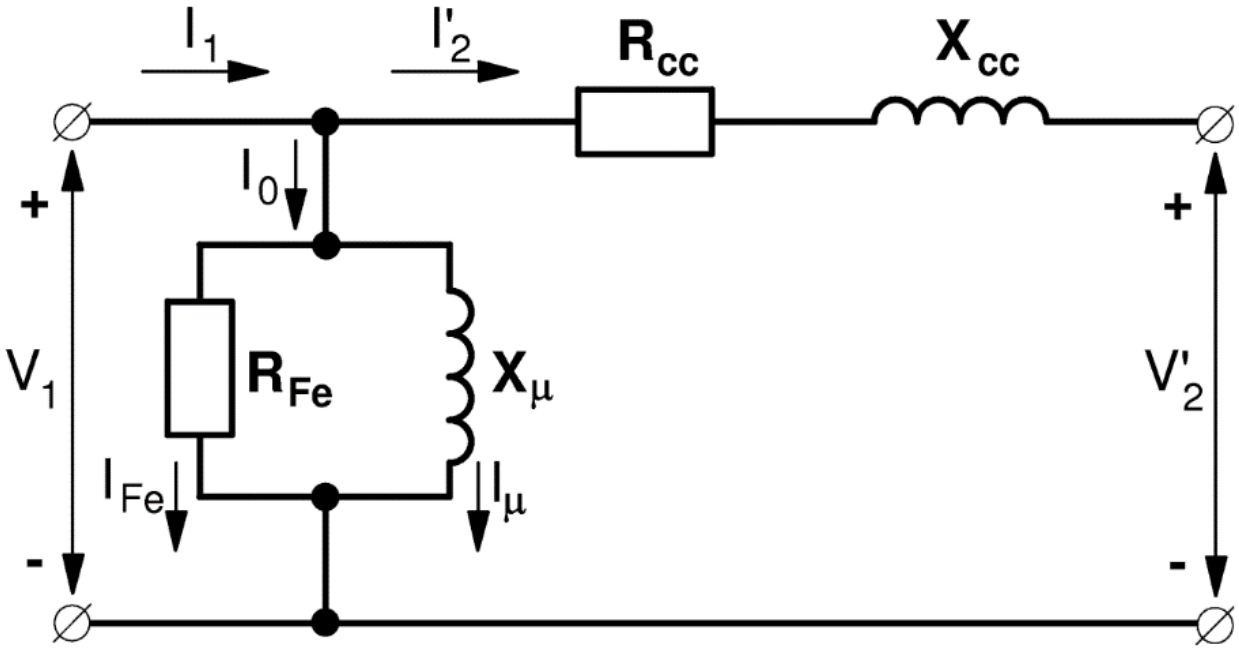


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Por lo tanto, los parámetros que se necesitan calcular para definir este circuito equivalente son R_{Fe}, X_μ, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado en el lado de Baja Tensión (B.T.) que en este caso es el primario (porque en este transformador el primario tiene una tensión asignada o nominal inferior a la del secundario). Por lo tanto, durante este ensayo el transformador se ha alimentado por el primario (donde se han realizado las medidas) y se ha dejado el secundario en circuito abierto. En estas circunstancias, el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

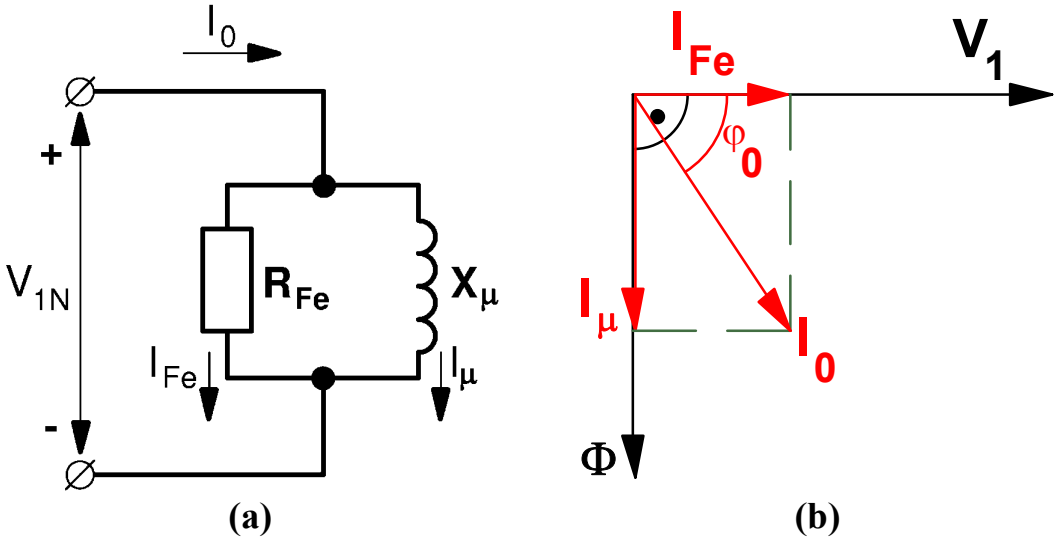


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Si el ensayo se ha realizado por el primario los datos que suministra el enunciado son:

$$V_{1N} = 230\ V \qquad I_0 = 0{,}45\ A \qquad P_0 = 70\ W$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_0 a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 \rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \qquad (1)$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{70}{230 \cdot 0{,}45} = 0{,}676 \rightarrow \varphi_0 = 47{,}44^o \rightarrow \text{sen}\,\varphi_0 = 0{,}737$$

De la Fig. 2b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 0{,}45 \cdot 0{,}676 = 0{,}304\ A \qquad (2)$$

$$I_\mu = I_0 \cdot \text{sen}\,\varphi_0 = 0{,}45 \cdot 0{,}737 = 0{,}332\ A \qquad (3)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{230}{0{,}304} = 757 \text{ Ohms} \tag{4}$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{230}{0{,}332} = 693 \text{ Ohms} \tag{5}$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la corriente I_{Fe}:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{70}{230} = 0{,}304\text{A} \tag{6}$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_{μ} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{0{,}45^2 - 0{,}304^2} = 0{,}332 \text{ A} \tag{7}$$

Una vez calculadas las corrientes I_{Fe} e I_{μ}, el cálculo de R_{Fe} y de X_{μ} se realiza de igual manera que en el procedimiento anterior utilizando las expresiones (4) y (5).

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado en el lado de Alta Tensión (A.T.) que en este caso es el secundario (porque en este transformador el secundario tiene una tensión asignada superior a la del primario). Por otra parte, se comprueba que en este ensayo la corriente que circula por el secundario (4,5 A) es diferente de la asignada (4,35 A). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{2\,corto} = 120 \text{ V} \qquad I_{2\,corto} = 4{,}5 \text{ A} \qquad P_{corto} = 240 \text{ W}$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1\,corto}}{V_{2\,corto}} = \frac{I_{2\,corto}}{I_{1\,corto}} \rightarrow \begin{cases} V_{1\,corto} = m \cdot V_{2\,corto} \\ I_{1\,corto} = \dfrac{I_{2\,corto}}{m} \end{cases} \tag{8}$$

$$V_{1\,corto} = \frac{230}{2300} 120 = 12 \text{ V} \qquad I_{1\,corto} = \frac{4{,}5}{\frac{230}{2300}} = 45 \text{ A}$$

$$P_{corto} = 240 \text{ W}$$

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\,corto}\,\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}} = 12 \cdot \frac{43{,}5}{45} = 11{,}6\ V \qquad (9)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}}\right)^2 = 240 \cdot \left(\frac{43{,}5}{45}\right)^2 = 224{,}3\ W \qquad (10)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado midiendo por el primario haciendo funcionar el transformador con la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 11{,}6\ V \qquad I_{1N} = 4{,}35\ A \qquad P_{cc} = 224{,}3\ W$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

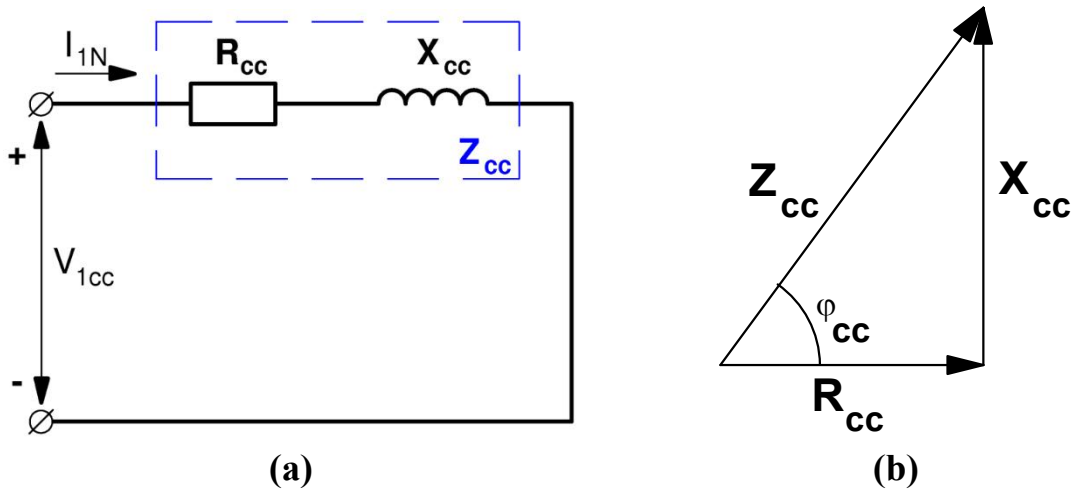


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j\,X_{cc} = Z_{cc}\,\underline{|\,\varphi_{cc}} \qquad (11)$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_{cc} a partir de la potencia activa consumida durante el ensayo:

$$P_{cc} = V_{1cc} \cdot I_{1N} \cdot \cos\varphi_{cc} \rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{1cc} \cdot I_{1N}} \quad (12)$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{224,3}{11,6 \cdot 43,5} = 0,445 \rightarrow \varphi_{cc} = 63,61^{o} \rightarrow \text{sen}\,\varphi_{cc} = 0,896$$

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{11,6}{43,5} = 0,267\ \Omega \quad (13)$$

Del triángulo de impedancias de la Fig. 3b se deduce que:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 0,267 \cdot 0,445 = 0,119\,\Omega \quad (14)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \text{sen}\,\varphi_{cc} = 0,267 \cdot 0,896 = 0,239\,\Omega \quad (15)$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la impedancia Z_{cc} del mismo modo que en el método anterior, mediante la relación (13). A continuación se calcula la resistencia R_{cc} a partir de la potencia activa consumida en el ensayo:

$$P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{1N}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{1N}^2} = \frac{224,3}{43,5^2} = 0,119\ \Omega \quad (16)$$

De la Fig. 3b se deduce que la reactancia X_{cc} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{0,267^2 - 0,119^2} = 0,239\ \Omega \quad (17)$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 757\ \Omega$, $X_{\mu} = 693\ \Omega$, $R_{cc} = 0,119\ \Omega$ y $X_{cc} = 0,239\ \Omega$.

b) Hay varios métodos para calcular los parámetros de tensión relativa.

ε_{cc} se puede calcular mediante cualquiera de estas dos expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{11,6}{230} \cdot 100 = 5,04\% \quad (18a)$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0,267 \cdot 43,5}{230} \cdot 100 = 5,04\% \quad (18b)$$

Nótese que en la expresión (18a) la tensión que hay que utilizar en el numerador es la tensión del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada o nominal V_{1cc}, no la tensión V_{1corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

El parámetro ε_{Rcc} se puede calcular mediante cualquiera de estas dos expresiones:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0{,}119 \cdot 43{,}5}{230} \cdot 100 = 2{,}24\% \qquad (19a)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{224{,}3}{10000} \cdot 100 = 2{,}24\% \qquad (19b)$$

Nótese que en la expresión (19b) la potencia activa que hay que utilizar en el numerador es la potencia del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc}, no la potencia P_{corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

Otra forma de calcular el parámetro ε_{Rcc} se obtiene a partir de este triángulo de tensiones relativas deducido a partir del triángulo de impedancias de la Fig. 3b:

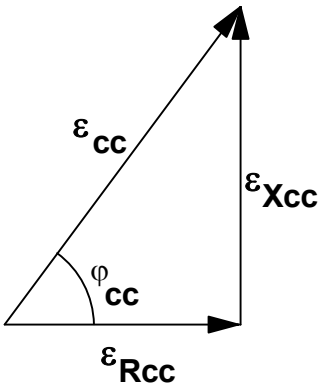


Fig. 4: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 5{,}04 \cdot 0{,}445 = 2{,}24\% \qquad (19c)$$

ε_{Xcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0{,}239 \cdot 43{,}5}{230} \cdot 100 = 4{,}52\% \qquad (20a)$$

Otras formas de calcular el parámetro ε_{Xcc} se deducen del triángulo de tensiones relativas de la Fig. 4:

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 5{,}04 \cdot 0{,}896 = 4{,}52\% \qquad (20b)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{5{,}04^2 - 2{,}24^2} = 4{,}52\% \qquad (20c)$$

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 5{,}04\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}24\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}52\%$.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

PROBLEMA T.1.2

ENUNCIADO

Un transformador monofásico de 1 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Vacío (medidas en el lado de B.T.):	1000 V	30 A	10 kW
Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	540 V	90 A	12 kW

Calcular los parámetros R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc}, X_{cc}, ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} del transformador.

RESULTADOS

$R_{Fe} = 10000\ \Omega$; $X_{\mu} = 3534\ \Omega$; $R_{cc} = 1{,}48\ \Omega$; $X_{cc} = 5{,}81\ \Omega$;
$\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}48\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}81\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.

* En este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el primario y el de Baja Tensión (B.T.) es el secundario.

* Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.

* Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

  Hay varios procedimientos para calcular ε_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ε_{cc} y ε_{RCC} aplicando el Teorema de Pitágoras.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.2

Datos:

$S_N = 1$ MVA m = 10000/1000 V

Ensayo de vacío (medidas en el lado de B.T.): 1000 V 30 A 10 kW

Ensayo de cortocircuito (medidas en el lado de A.T.): 540 V 90 A 12 kW

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$V_{1N} = 10000$ V $V_{2N} = 1000$ V

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

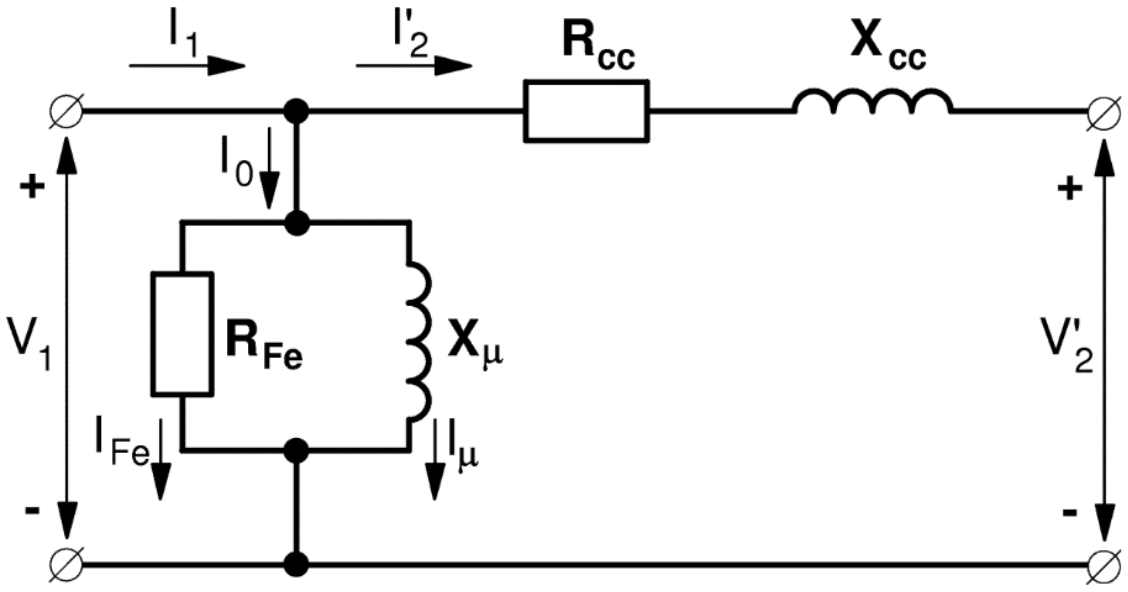


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Como se aprecia en esa figura, los parámetros de este circuito equivalente son R_{Fe}, X_μ, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado en el lado de Baja Tensión (B.T.) que en este caso es el secundario (porque en este transformador el secundario tiene una tensión asignada inferior a la del primario). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{2N} = 1000\ V \qquad I_{20} = 30\ A \qquad P_0 = 10000\ W$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si este ensayo se hubiera realizado por el primario y no por el secundario:

$$m = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{20}}{I_0} \rightarrow \begin{cases} V_{1N} = m \cdot V_{2N} \\ I_0 = \dfrac{I_{20}}{m} \end{cases} \qquad (1)$$

$$V_{1N} = \frac{10000}{1000}\,1000 = 10000\ V \qquad I_0 = \frac{30}{\frac{10000}{100}} = 3\ A$$

$$P_0 = 10000\ W$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de vacío se hubiera realizado midiendo por el primario y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1N} = 10000\ V \qquad I_0 = 3\ A \qquad P_0 = 10000\ W$$

Por lo tanto, durante este ensayo el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

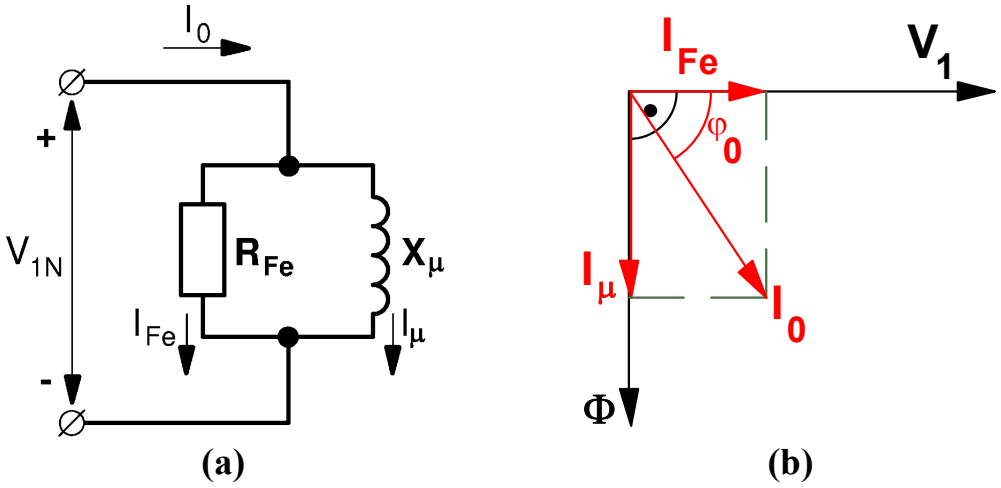


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que ya se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

El ángulo de desfase φ_0 se calcula a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 \;\rightarrow\; \cos\varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \tag{2}$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{10000}{10000 \cdot 3} = 0{,}333 \;\rightarrow\; \varphi_0 = 70{,}53^{\circ} \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\varphi_0 = 0{,}943$$

De la Fig. 2b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 3 \cdot 0{,}333 = 1\,\text{A} \tag{3}$$

$$I_\mu = I_0 \cdot \operatorname{sen}\varphi_0 = 3 \cdot 0{,}943 = 2{,}83\,\text{A} \tag{4}$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{1} = 10000 \text{ Ohms} \tag{5}$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{10000}{2{,}83} = 3534 \text{ Ohms} \tag{6}$$

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado en el lado de Alta Tensión (A.T.) que en este caso es el primario (porque en este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario). Por otra parte, se comprueba que en este ensayo la corriente que circula por el primario (90 A) es diferente de la asignada (100 A). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$V_{1corto} = 540$ V $I_{1corto} = 90$ A $P_{corto} = 12000$ W

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\,corto}\,\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}} = 540 \cdot \frac{100}{90} = 600\ V \qquad (7)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}}\right)^2 = 12000 \cdot \left(\frac{1000}{90}\right)^2 = 14815\ W \qquad (8)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado con la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 600\ V \qquad I_{1N} = 100\ A \qquad P_{cc} = 14815\ W$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

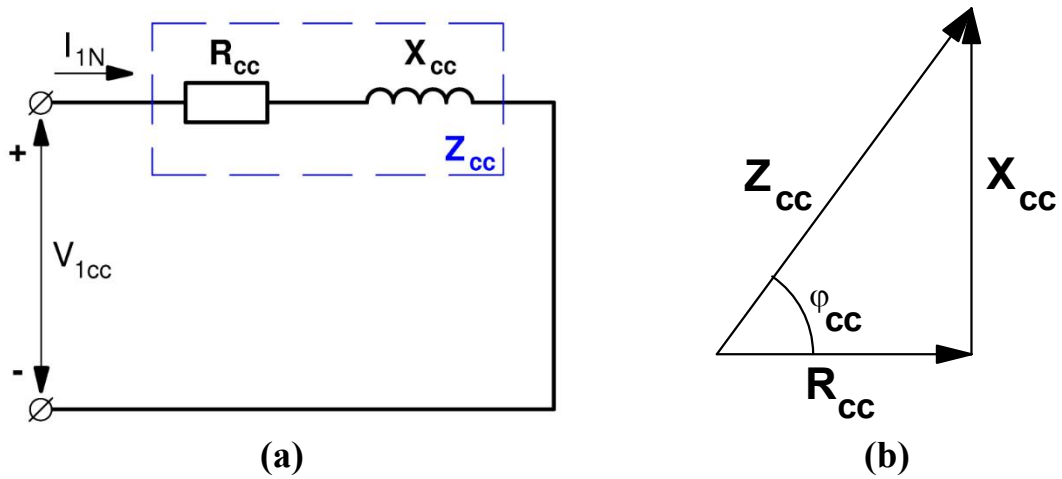


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j\,X_{cc} = Z_{cc}\,\underline{|\,\varphi_{cc}} \qquad (9)$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

El ángulo de desfase φ_{cc} se calcula a partir de la potencia activa consumida durante el ensayo de cortocircuito:

$$P_{cc} = V_{1cc} \cdot I_{1N} \cdot \cos\varphi_{cc} \;\rightarrow\; \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{1cc} \cdot I_{1N}} \tag{10}$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{14815}{600 \cdot 100} = 0{,}247 \;\rightarrow\; \varphi_{cc} = 75{,}70^{o} \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 0{,}969$$

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{600}{100} = 6\ \Omega \tag{11}$$

Del triángulo de impedancias de la Fig. 3b se deduce que:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 6 \cdot 0{,}247 = 1{,}48\Omega \tag{12}$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 6 \cdot 0{,}969 = 5{,}81\Omega \tag{13}$$

Hay varias maneras de calcular los parámetros de tensión relativa que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también otros métodos (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden calcular mediante estas expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{6 \cdot 100}{10000} \cdot 100 = 6{,}0\% \tag{14}$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{1{,}48 \cdot 100}{10000} \cdot 100 = 1{,}48\% \tag{15}$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{5{,}81 \cdot 100}{1000} \cdot 100 = 5{,}81\% \tag{16}$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 10000\ \Omega$, $X_{\mu} = 3534\ \Omega$, $R_{cc} = 1{,}48\ \Omega$ y $X_{cc} = 5{,}81\ \Omega$. Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 6{,}0\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}48\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}81\%$.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

PROBLEMA T.1.3

ENUNCIADO

Se ha ensayado un transformador monofásico de 500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz, obteniéndose los siguientes resultados:

Vacío:	15000 V	1,67 A	4000 W
Cortocircuito:	126 V	140 A	7056 W

a) Obtener los parámetros del circuito equivalente del transformador reducido al primario.

b) Determinar las caídas relativas de tensión ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

RESULTADOS

a) $R_{Fe} = 56{,}3\ k\Omega$; $X_{\mu} = 9{,}1\ k\Omega$; $R_{cc} = 9\ \Omega$; $X_{cc} = 20{,}6\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}58\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.

* En el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante cada ensayo, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, el ensayo de vacío se realiza alimentando el transformador a la tensión asignada del lado por el que se efectúa el ensayo. Por otra parte, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

* Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

* Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

  Hay varios procedimientos para calcular ε_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ε_{cc} y ε_{Rcc} aplicando el Teorema de Pitágoras.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.3

Datos:

S_N = 500 kVA		m = 15000/3000 V	
Ensayo de vacío	15000 V	1,67 A	4000 W
Ensayo de cortocircuito	126 V	140 A	7056 W

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{15000 \text{ V}} = 33{,}3 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{3000 \text{ V}} = 166{,}7 \text{ A}$$

a) El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

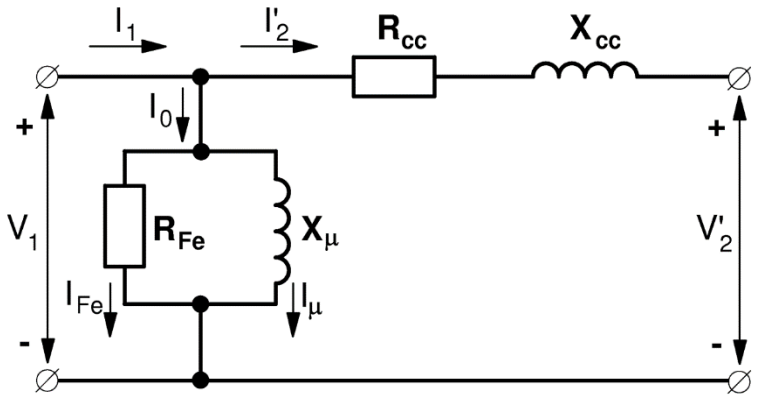


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Como se aprecia en esa figura, los parámetros de este circuito equivalente son R_{Fe}, X_μ, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Obsérvese que en el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante cada ensayo, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, el ensayo de vacío se realiza alimentando el transformador a la tensión asignada del lado por el que se efectúa el ensayo. Por otra parte, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado a una tensión de 15000 V, que es la tensión asignada del primario V_{1N}. Esto significa que el ensayo se ha realizado alimentando al transformador por el primario y, en consecuencia, los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{1N} = 15000\ V \qquad I_0 = 1{,}67\ A \qquad P_0 = 4000\ W$$

Durante este ensayo el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

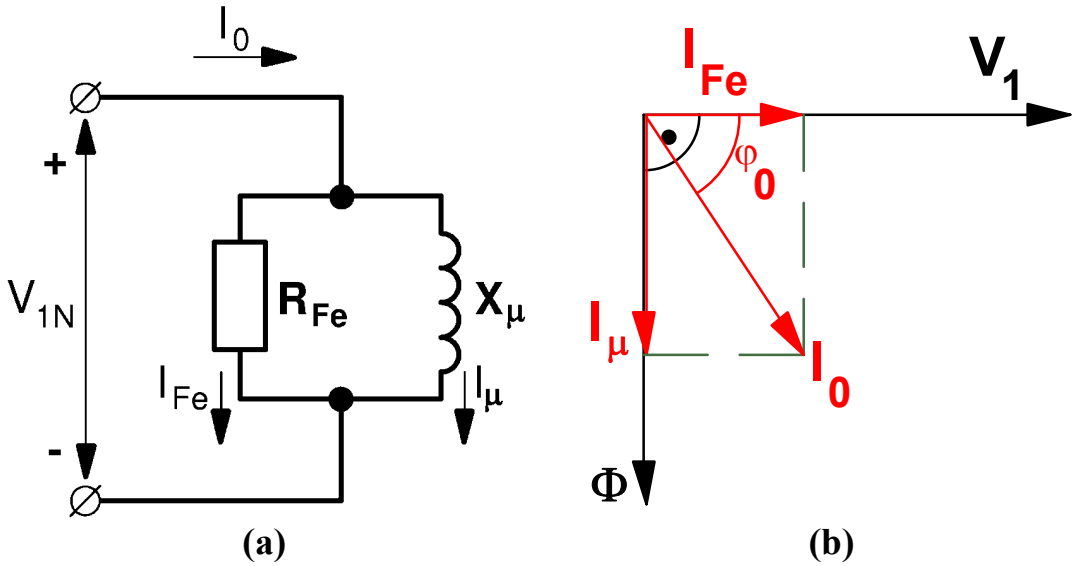


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{4000}{15000} = 0{,}267 A \qquad (1)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_μ se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{1{,}67^2 - 0{,}267^2} = 1{,}649\ A \qquad (2)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{15000}{0{,}267} = 56280 \text{ Ohms} = 56{,}3 \text{ kOhms} \quad (3)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{15000}{1{,}649} = 9096 \text{ Ohms} = 9{,}1 \text{ kOhms} \quad (4)$$

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente de 140 A y a una tensión de 126 V. Observando cuáles son las corrientes asignadas de los devanados de este transformador, se advierte que esta corriente está bastante próxima a la asignada del secundario (166,7 A) y es muy diferente de la corriente asignada primaria (33,3 A). Esto indica que el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el secundario. Como comprobación adicional se aprecia que la tensión a la que se ha realizado el ensayo (126 V) es el 0,84% de V_{1N} y el 4,2% de V_{2N}. Una tensión del 0,84% de la asignada es exageradamente pequeña en un ensayo de cortocircuito, pero un valor del 4,2 % resulta razonable en este tipo de ensayo, lo cual ratifica que se ha efectuado en el secundario. Como, además, este ensayo se ha realizado con una corriente que no es exactamente igual a la asignada, los datos que proporciona el enunciado son:

$$V_{2\,corto} = 126 \text{ V} \qquad I_{2\,corto} = 140 \text{ A} \qquad P_{corto} = 7056 \text{ W}$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando el transformador por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1\,corto}}{V_{2\,corto}} = \frac{I_{2\,corto}}{I_{1\,corto}} \rightarrow \begin{cases} V_{1\,corto} = m \cdot V_{2\,corto} \\ I_{1\,corto} = \dfrac{I_{2\,corto}}{m} \end{cases} \quad (5)$$

$$V_{1\,corto} = \frac{15000}{3000} 126 = 630 \text{ V} \qquad I_{1\,corto} = \frac{140}{\frac{15000}{3000}} = 28 \text{ A}$$

$$P_{corto} = 7056 \text{ W}$$

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\,corto}\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}} = 630 \cdot \frac{33{,}3}{28} = 749{,}3\ V \qquad (6)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}}\right)^2 = 7056 \cdot \left(\frac{33{,}3}{28}\right)^2 = 9980\ W \qquad (7)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado por el primario a la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 749{,}3\ V \qquad I_{1N} = 33{,}3\ A \qquad P_{cc} = 9980\ W$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

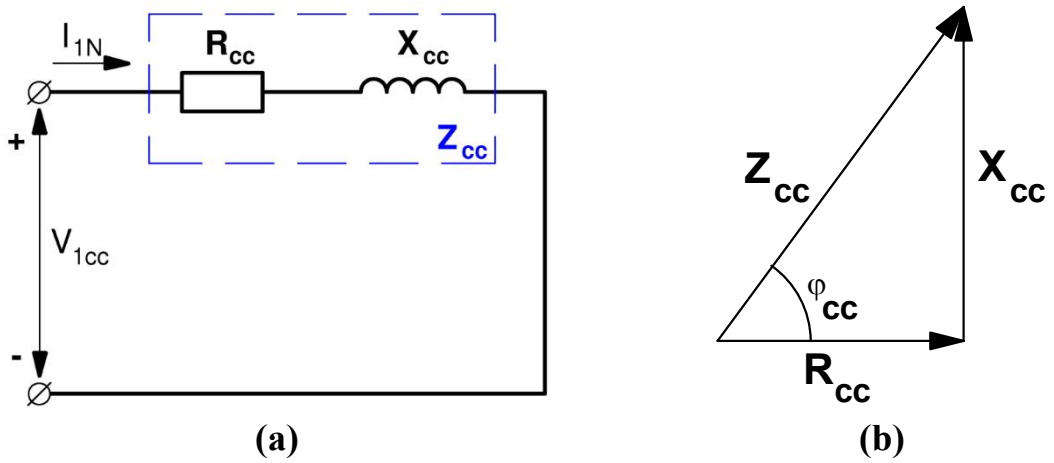


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j\,X_{cc} = Z_{cc}\,\underline{|\,\varphi_{cc}} \qquad (8)$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{749,3}{33,3} = 22,5\ \Omega \qquad (9)$$

La resistencia R_{cc} se calcula a partir de la potencia activa consumida en el ensayo:

$$P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{1N}^2 \quad \rightarrow \quad R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{1N}^2} = \frac{9980}{33,3^2} = 9\ \Omega \qquad (10)$$

De la Fig. 3b se deduce que la reactancia X_{cc} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{22,5^2 - 9^2} = 20,6\ \Omega \qquad (11)$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 56,3\ k\Omega$, $X_{\mu} = 9,1\ k\Omega$, $R_{cc} = 9\ \Omega$ y $X_{cc} = 20,6\ \Omega$.

b) Hay varias maneras de calcular los parámetros de tensión relativa que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también otros métodos (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

ε_{cc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{749,3}{15000} \cdot 100 = 5\% \qquad (12)$$

Nótese que en la expresión (12) la tensión que hay que utilizar en el numerador es la tensión del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada V_{1cc}, no la tensión V_{1corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

ε_{Rcc} se puede obtener así:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{9980}{500000} \cdot 100 = 2\% \qquad (13)$$

Nótese que en la expresión (13) la potencia activa que hay que utilizar en el numerador es la potencia del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc}, no la potencia P_{corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

Para calcular el parámetro ε_{Rcc} se va a partir del triángulo de tensiones relativas de la Fig. 4, deducido a partir del triángulo de impedancias de la Fig. 3b. Aplicando el Teorema de Pitágoras a este triángulo se obtiene que:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = 4{,}58\% \qquad (14)$$

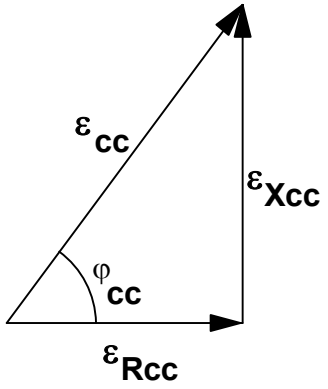


Fig. 4: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 5\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 4{,}58\%$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.1

ENUNCIADO

En el transformador del problema T.1.2 calcular lo siguiente:

- **a)** Tensión con que hay que alimentar este transformador por el primario para que proporcione la tensión asignada en el secundario cuando suministra 800 kVA con factor de potencia 0,8 inductivo.
- **b)** Potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.
- **c)** Intensidad permanente de cortocircuito en el primario y en el secundario y la corriente de choque.

RESULTADOS

a) $V_1 = 10374$ V

b) $S_{\eta máx} = 822$ kVA ; $\eta_{máx} = 97{,}6\%$

c) $I_{1falta} = 1666{,}7$ A; $I_{2falta} = 16667$ A; $I_{1Ch} = 3416$ A

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Dado que en este caso la tensión del primario no va a ser exactamente la asignada, utilice la fórmula de la caída de tensión relativa en función de ε_{Rcc} y ε_{Xcc}, sustituyendo el parámetro ε_c por $\dfrac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} 100$. Como la carga es inductiva esta fórmula se utilizará con el signo +.

* Como la tensión secundaria es la asignada V_{2N}, la tensión reducida al primario V'_2 es igual a V_{1N}.

* Si la carga está medida en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2. A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C.

* Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt} , lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta máx}$.

* Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

* Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta máx}$.

* El mayor de los rendimientos máximos se produce cuando el factor de potencia tiene un valor igual a 1.

* Durante el régimen permanente de la falla de cortocircuito se puede despreciar la corriente de vacío

* Las corrientes permanentes de cortocircuito del primario I_{1falta} y del secundario I_{2falta} se pueden calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de la impedancia Z_{cc} y la segunda utilizando el parámetro ε_{cc}. Estas dos formas de cálculo se pueden utilizar indistintamente.

* La corriente de choque es el máximo valor de la corriente primaria durante el régimen transitorio de un cortocircuito en bornes del secundario cuando dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles.

  Para obtener la corriente de choque se emplea una expresión que la calcula en función del valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito y de las tensiones relativas de cortocircuito.

  Como comprobación se debe verificar que la corriente de choque no es superior a 2,5 veces el valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.1

Datos (véase el problema T.1.2)**:**

	$S_N = 1$ MVA	m = 10000/1000 V	f = 50 Hz
	$P_0 = 10$ kW	$P_{cc} = 14815$ W	$Z_{cc} = 6\ \Omega$
	$\varepsilon_{cc} = 6\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 1{,}48\%$	$\varepsilon_{Xcc} = 5{,}81\%$
apartado a):	S = 800 kVA	$\cos \varphi_2 = 0{,}8$ inductivo	

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

a) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen } \varphi_2\right)\right] \qquad (1)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen } \varphi_2\right)\right] \qquad (2)$$

donde ε_C es la <u>regulación</u> del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \qquad (3)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

C es el <u>índice de carga</u>:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} \qquad (4)$$

En las expresiones (1) y (2) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En este caso el transformador **no** está alimentado con la tensión asignada por el primario, luego no se empleará la expresión (2) sino la (1).

El enunciado indica que la carga consume 800 kVA. Como esta potencia está medida en kVA se trata de la potencia aparente S de la carga y, por lo tanto, el índice de carga C se puede calcular mediante el primer cociente que aparece en la expresión (4):

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{800\ \text{kVA}}{1000\ \text{kVA}} = 0{,}8$$

En este caso la tensión secundaria es la asignada; luego, reduciendo al primario:

$$V_2 = V_{2N} \rightarrow V'_2 = m \cdot V_2 = m \cdot V_{2N} = V_{1N} \qquad (5a)$$

$$V'_2 = V_{1N} = 1000\ \text{V} \qquad (5b)$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos\varphi_2 = 0{,}8 \rightarrow \operatorname{sen}\varphi_2 = 0{,}6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (1):

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = 0{,}8\left[(1{,}48 \cdot 0{,}8) + (5{,}81 \cdot 0{,}6)\right] = 3{,}74\%$$

Teniendo en cuenta que en este caso se cumple la relación (5b), se tiene que:

$$3{,}74 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{V_1 - 1000}{1000} \cdot 100$$

$$V_1 = 10000\left(1 + \frac{3{,}74}{100}\right) = 10374\ \text{V}$$

La tensión con que hay que alimentar el primario de este transformador para obtener la tensión asignada en el secundario con una carga de 800 kVA y factor de potencia 0,8 inductivo es $V_1 = 10374$ Voltios.

b) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \qquad (6)$$

Las pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe} representan la potencia perdida a causa de los efectos de la histéresis y de las corrientes de Foucault en el núcleo magnético del transformador y dependen del flujo magnético y de la frecuencia. Por consiguiente, si el transformador tiene en bornes de sus devanados unas tensiones que varían poco con respecto de la asignada (lo que hace que el flujo apenas cambie), se puede considerar que estas pérdidas son prácticamente constantes; es decir, las pérdidas en el hierro constituyen las pérdidas fijas P_f del transformador.

Las pérdidas en el cobre P_{Cu} representan la potencia disipada en los devanados por efecto Joule. Dependen del cuadrado de la corriente y, por lo tanto, varían con la carga. Las pérdidas en el cobre constituyen las pérdidas variables P_v del transformador.

$$P_{Fe} = P_f \qquad P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = P_v \tag{7}$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \tag{8}$$

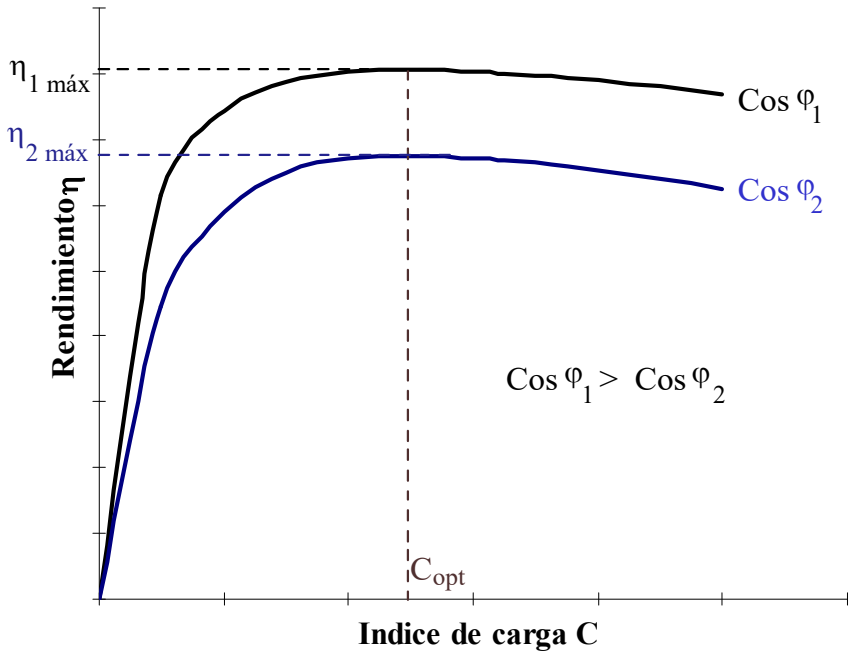


Fig. 1: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

En la Fig. 1 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (6). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (9a)$$

Luego, teniendo en cuenta (8), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (9b)$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta máx}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\,máx}}{S_N} \rightarrow S_{\eta\,máx} = C_{opt} \cdot S_N \quad (10)$$

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo se produce con el mismo índice de carga C_{opt}, en la Fig. 1 se puede apreciar que el rendimiento máximo $\eta_{máx}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor}\,\eta_{máx} \rightarrow \cos\varphi_2 = 1 \quad (11)$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (6) cuando en índice de carga es C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (9a), (9b) y (10), se tiene que:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta\,máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta\,máx} \cdot \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \quad (12)$$

En las expresiones (4), (6), (9b) y (12) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador, se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{10000\ \text{W}}{14815\ \text{W}}} = 0{,}822$$

$$S_{\eta\,máx} = C_{opt} \cdot S_N = 0{,}82 \cdot 1000\ \text{kVA} = 822\ \text{kVA} = 822000\ \text{VA}$$

$$P_{Fe} = P_0 = 10000\ \text{W} \qquad P_{CuN} = P_{cc} = 14815\ \text{W}$$

Luego, de (12) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia unidad (el mayor de los rendimientos máximos) vale:

$$\eta_{máx} = \frac{S_{\eta máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta máx} \cdot \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} = \frac{822000 \cdot 1}{822000 \cdot 1 + 2 \cdot 10000} = 0{,}976$$

La potencia aparente de rendimiento máximo de este transformador es $S_{\eta máx} = 822$ kVA y el mayor de los rendimientos máximos vale 97,6%.

c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N}, aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_0 nunca supera el 8% de I_{1N}, se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente durante el cortocircuito queda así:

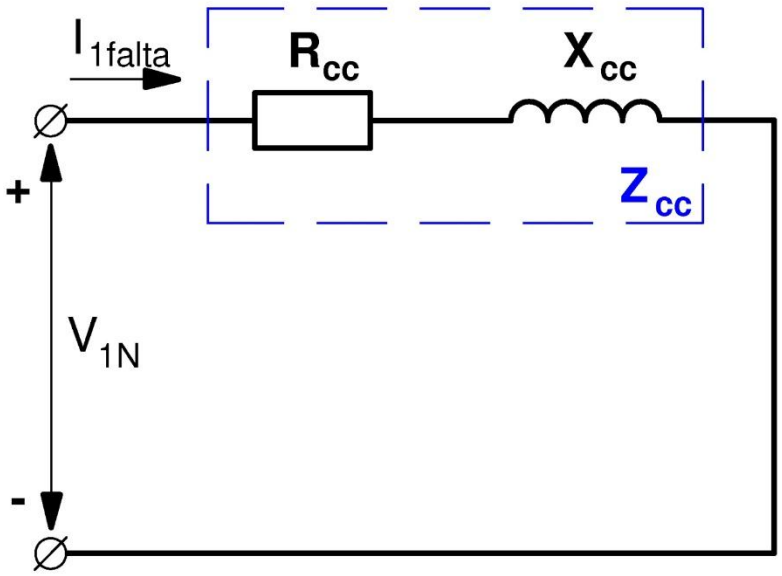


Fig. 2: Circuito equivalente del transformador durante la falta de cortocircuito

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito (ver la resolución del problema T.1.1.2). En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

De la Fig. 2, aplicando la Ley de Ohm, se deduce que

$$I_{1\,falta} = \frac{V_{1N}}{Z_{cc}} = \frac{10000}{6} = 1666{,}7 \text{ A}$$

Como la corriente de vacío es despreciable en este caso, sucede que:

$$I_{1\,falta} = I_0 + I'_{2\,falta} \approx I'_{2\,falta} \rightarrow I_{2\,falta} = m \cdot I'_{2\,falta} = m \cdot I_{1\,falta} \quad (13)$$

$$I_{2\,falta} = m \cdot I_{1\,falta} = \frac{10000}{1000} \cdot 1666{,}7 = 16667\ A$$

Otra forma alternativa para calcular estas corrientes, es mediante las expresiones siguientes:

$$I_{1\,falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 100 \cdot \frac{100}{6} = 1666{,}7\ A \quad (14)$$

$$I_{2\,falta} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 1000 \cdot \frac{100}{6} = 16667\ A \quad (15)$$

Desde el momento en que se inicia el cortocircuito hasta que la corriente alcanza su régimen permanente existe un régimen transitorio. La corriente de choque I_{1ch} es el valor máximo que alcanza la corriente cuando el cortocircuito sucede en el momento más desfavorable.

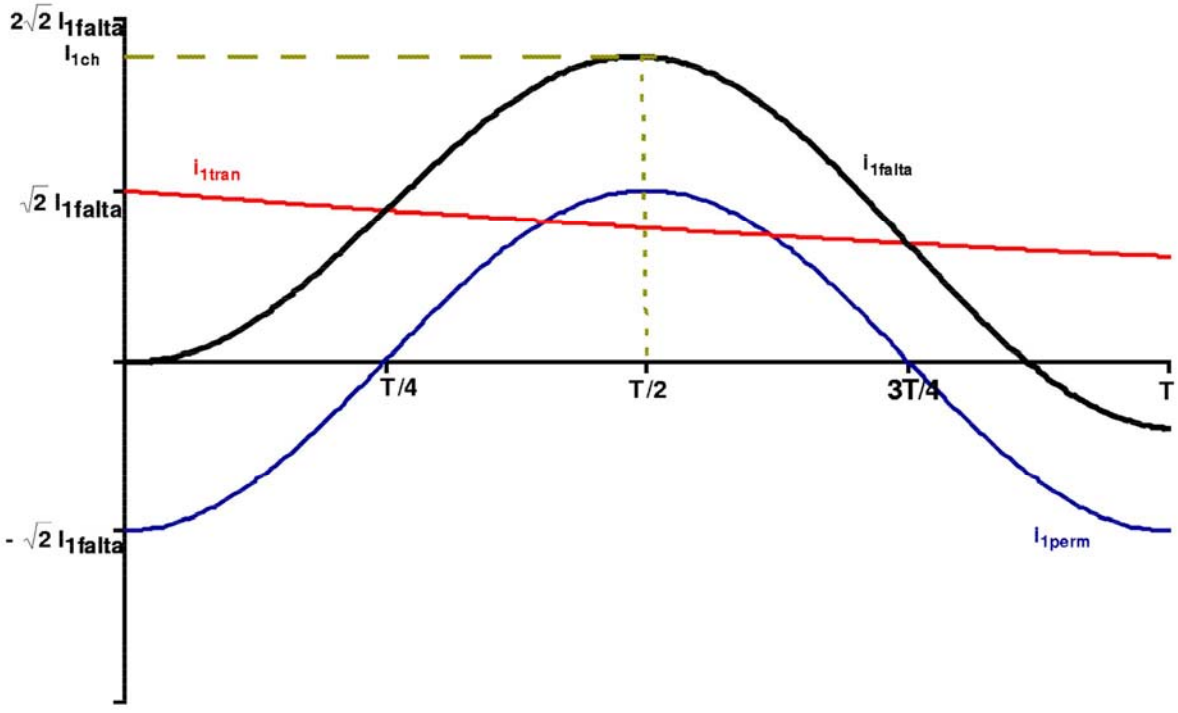


Fig. 3: Evolución de la corriente de cortocircuito de un transformador en el caso más desfavorable y corriente de choque

El cortocircuito da lugar a unas corrientes mayores durante el régimen transitorio si se inicia cuando la componente de régimen permanente tiene valor máximo positivo o negativo y, entonces, su valor máximo se produce en el instante t = T/2.

En la Fig. 3 se muestra esta situación cuando la corriente permanente comienza con su valor máximo negativo.

Por lo tanto, se tiene que

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\frac{T/2}{\tau_{cc}}}\right] \tag{16}$$

Operando se llega a

$$\frac{T/2}{\tau_{cc}} = \frac{T/2}{\frac{X_{cc}}{\omega R_{cc}}} = \frac{(T/2)(2\pi f R_{cc})}{X_{cc}} = \frac{\left(\frac{T}{2}\right)\left(\frac{2\pi}{T} R_{cc}\right)}{X_{cc}} = \pi \frac{R_{cc}}{X_{cc}} = \pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}$$

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi \frac{R_{cc}}{X_{cc}}}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] \tag{17}$$

Luego, en este transformador se tiene que:

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] = \sqrt{2}\, 1666{,}7\left[1 + e^{-\pi \frac{1{,}48}{5{,}81}}\right] = 3415{,}8 \text{ A}$$

$$I_{1ChL} = 3416 \text{ A}$$

Se sabe que la corriente de choque cumple que

$$I_{1ch} \leq 2{,}5\, I_{1falta} \tag{18}$$

Luego, como verificación del resultado obtenido para I_{1ch} se va a proceder a comprobar que se cumple la relación (18):

$$I_{1ch} \leq 2{,}5\ I_{1falta} \rightarrow 3415{,}8 \leq 2{,}5 \cdot 1666{,}7 = 4166{,}8\ A$$

Las corrientes que circulan por los devanados de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito son $I_{1falta} = 1666{,}7$ A e $I_{2falta} = 16667$ A. La corriente de choque en el cortocircuito de esta máquina vale $I_{1ch} = 3416$ A.

PROBLEMA T.2.2

ENUNCIADO

En el transformador del problema T.1.3 calcular lo siguiente:

- **a)** El rendimiento cuando alimenta una carga de 360 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
- **b)** El rendimiento máximo cuando funciona con un factor de potencia 0,9 inductivo.
- **c)** La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 inductivo.
- **d)** La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 capacitivo.

RESULTADOS

a) $\eta = 96{,}75\%$
b) $\eta_{Máx} = 97{,}27\%$
c) $V_2 = 2922$ V
d) $V_2 = 3021$ V

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0.

* Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2. A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C.

* Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt} , lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta máx}$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

* El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta máx}$.

* A partir de la corriente que consume la carga conectada al secundario del transformador se puede calcular el índice de carga C.

* Si la tensión primaria es la asignada V_{1N} se puede calcular la tensión secundaria V_2 mediante la fórmula que liga la regulación del transformador ε_c con las caídas relativas de tensión de cortocircuito ε_{Rcc} y ε_{Xcc}. En esta fórmula se empleará el signo + si la carga es inductiva y signo – si es capacitiva.

* Una vez calculado el valor de la regulación ε_c se puede obtener a partir de él el valor de la tensión secundaria V_2.

* Cuando el transformador funciona en vacío con su primario a la tensión asignada V_{1N}, apenas hay caída de tensión y la tensión secundaria en vacío V_{20} es igual a la tensión asignada secundaria del transformador V_{2N}.

* Para cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria V_2 sea superior a la de vacío V_{20}. Esto es el Efecto Ferranti.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.2

Datos (véase el problema T.1.3)**:**

	$S_N = 500$ kVA	m = 15000/3000 V	f = 50 Hz
	$P_0 = 4000$ W	$P_{cc} = 9980$ W	
	$\varepsilon_{cc} = 5\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 2\%$	$\varepsilon_{Xcc} = 4{,}58\%$
apartado a):	S = 360 kW	$\cos\varphi_2 = 0{,}8$ inductivo	
apartado b):	$\cos\varphi_2 = 0{,}9$ inductivo		
apartado c):	$V_1 = 15000$ V	$\cos\varphi_2 = 0{,}8$ inductivo	$I_2 = 100$ A
apartado d):	$V_1 = 15000$ V	$\cos\varphi_2 = 0{,}8$ capacitivo	$I_2 = 100$ A

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{15000 \text{ V}} = 33{,}3 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{3000 \text{ V}} = 166{,}7 \text{ A}$$

a) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \qquad (1)$$

Las <u>pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe}</u> constituyen la potencia perdida a causa de los efectos de la histéresis y de las corrientes de Foucault en el núcleo magnético del transformador y dependen del flujo magnético y de la frecuencia. Por consiguiente, si el transformador tiene en bornes del primario una tensión fija (lo que hace que el flujo apenas cambie), se puede considerar que estas pérdidas son prácticamente constantes; es decir, las pérdidas en el hierro constituyen las <u>pérdidas fijas P_f</u> del transformador.

Las pérdidas en el cobre <u>P_{Cu}</u> representa la potencia disipada en los devanados por efecto Joule. Dependen del cuadrado de la corriente y, por lo tanto, varían con la carga. Las pérdidas en el cobre constituyen las <u>pérdidas variables P_v</u> del transformador.

$$P_{Fe} = P_f \qquad P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = P_v \qquad (2)$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \tag{3}$$

El índice de carga C se puede obtener mediante estas relaciones:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} \tag{4}$$

En las expresiones (1) y (4) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este caso la potencia de la carga está medida en kW; por lo tanto, el dato que está proporcionando el enunciado es la potencia activa P_2 en el secundario:

$$P_2 = 360 \text{ kW} = 360000 \text{ W}$$

La potencia aparente S vale entonces

$$S = \frac{P_2}{\cos\varphi_2} = \frac{360\,\text{kW}}{0{,}8} = 450\,\text{kVA}$$

y, del primer cociente de (4), se deduce que el índice de carga es

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{450}{500} = 0{,}9$$

Las pérdidas de esta máquina se obtienen aplicando las relaciones (2) y (3):

$$P_{Fe} = P_0 = 4000 \text{ W}$$

$$P_{CuN} = P_{cc} = 9980 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = 0{,}9^2 \cdot 9980 = 8084 \text{ W}$$

Luego, por (1), el rendimiento η vale

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{360000}{360000 + 4000 + 8084} = 0{,}9675$$

El rendimiento de este transformador cuando alimenta una carga de 360 kW y factor de potencia 0,8 inductivo es $\eta = 96{,}75\%$.

b)

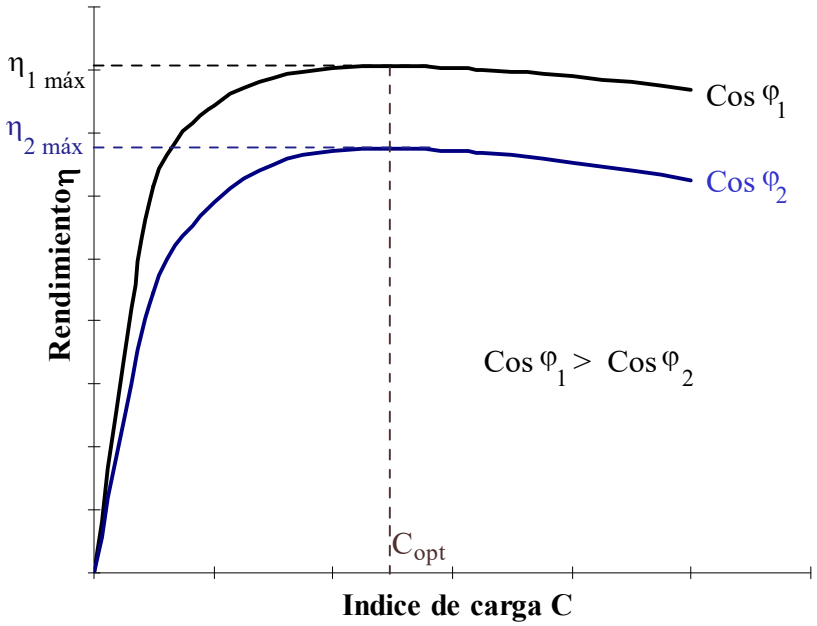


Fig. 1: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

En la Fig. 1 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (1). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (5a)$$

Luego, teniendo en cuenta (3), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (5b)$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta máx}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\ máx}}{S_N} \rightarrow S_{\eta\ máx} = C_{opt} \cdot S_N \quad (6)$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (1) cuando en índice de carga es C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (5a), (5b) y (6), se tiene que:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S \cdot \cos\varphi_2}{C_{opt} \cdot S \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta máx} \cdot \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \qquad (7)$$

En las expresiones (5b), (6) y (7) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador, de (5b) y (6) se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{4000\ W}{9980\ W}} = 0{,}633$$

$$S_{\eta\,máx} = C_{opt} \cdot S_N = 0{,}633 \cdot 500\ kVA = 316{,}5\ kVA = 316500\ VA$$

Luego, de (7) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia 0,9 inductivo vale:

$$\text{Cos}\ \varphi_2 = 0{,}9$$

$$\eta_{máx} = \frac{S_{\eta máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta máx}\ \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} = \frac{3165000 \cdot 0{,}9}{3165000 \cdot 0{,}9 + 2 \cdot 4000} = 0{,}9727$$

El rendimiento máximo de este transformador cuando el factor de potencia de la carga vale 0,9 es $\eta_{máx} = 97{,}27\%$.

c) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2\right)\right] \qquad (8)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2\right)\right] \qquad (9)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \qquad (10)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

En las expresiones (8) y (9) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En este caso el transformador está alimentado con la tensión asignada por el primario, luego se puede emplear la expresión (9).

El enunciado indica que la carga absorbe una corriente $I_2 = 100$ A. Por lo tanto, de acuerdo con el segundo cociente de (4) se tiene que

$$C = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{100}{166{,}7} = 0{,}6$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos\varphi_2 = 0{,}8 \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\varphi_2 = 0{,}6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (9):

$$\varepsilon_C = 0{,}6\left[(2 \cdot 0{,}8) + (4{,}58 \cdot 0{,}6)\right] = 2{,}61\%$$

Luego, de (10):

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad 2{,}61 = \frac{3000 - V_2}{3000} \cdot 100$$

$$V_2 = 3000\left(1 - \frac{2{,}61}{100}\right) = 2922 \text{ V}$$

Cuando este transformador tiene su primario conectado a la tensión asignada y alimenta una carga que consume 100 A con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario es $V_2 = 2922$ V.

d) En este apartado el transformador también tiene su primario conectado a la tensión asignada y la carga consume 100 A, pero ahora el factor de la carga es 0,8 capacitivo. Por lo tanto, se resuelve de igual manera que en el apartado anterior, pero empleando el signo – en la expresión (9):

$$C = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{100}{166{,}7} = 0{,}6$$

$$\cos\varphi_2 = 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \operatorname{sen}\varphi_2 = 0{,}6$$

$$\varepsilon_C = 0{,}6\left[(2 \cdot 0{,}8) - (4{,}58 \cdot 0{,}6)\right] = -0{,}689\%$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad -0{,}689 = \frac{3000 - V_2}{3000} \cdot 100$$

$$V_2 = 3000\ (1 - \frac{-0{,}689}{100}) = 3000\ (1 + \frac{0{,}689}{100}) = 3021\ \text{V}$$

Obsérvese que en este caso la tensión secundaria V_2 es mayor que la de vacío V_{20} (= V_{2N}). Cuando se tienen cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria aumente respecto a la de vacío. Este fenómeno se conoce como Efecto Ferranti.

Cuando este transformador tiene su primario conectado a la tensión asignada y alimenta una carga que consume 100 A con factor de potencia 0,8 capacitivo, la tensión en el secundario es V_2 = 3021 V.

PROBLEMA T.2.3

ENUNCIADO

Un ingeniero quiere analizar una instalación que está alimentada por un viejo transformador monofásico del que carece de información y cuya placa de características está casi ilegible, de modo que sólo ha podido averiguar que la relación de transformación es 10000/1000 V, que la potencia asignada vale 400 kVA y la frecuencia asignada es 50 Hz.
De los datos de funcionamiento de la instalación sabe que cuando el transformador está en vacío a la tensión asignada circula una corriente de 0,6 A por el primario y consume 1000 W. También obtiene que cuando el transformador está a media carga, con factor de potencia unidad y con la tensión asignada en el primario, la tensión secundaria es 991,9 V y a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario vale 955,5 V.

Calcular:

a) Parámetros R_{Fe}, X_μ, ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}.
b) Las medidas que se hubieran obtenido de haber realizado el ensayo de cortocircuito a la intensidad asignada y alimentando el transformador por el primario.
c) La intensidad de cortocircuito en régimen permanente en el primario y la corriente de choque.

RESULTADOS

a) $R_{Fe} = 100000\ \Omega$; $X_\mu = 16890\ \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}26\%$; $\varepsilon_{cc} = 5{,}50\%$
b) $V_{1cc} = 550$ V; $I_{1N} = 40$ A; $P_{cc} = 6480$ W
c) $I_{1falta} = 727{,}3$ A; $I_{1Ch} = 1818$ A

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Los datos que el enunciado da para cuando el transformador está en vacío son los mismos que si se hubiera realizado un ensayo de vacío.

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro.

* Cuando el transformador está a media carga significa que su índice de carga C es 0,5. Análogamente, cuando el transformador está a plena carga (es decir, a carga asignada) su índice de carga es la unidad.

* Calcule el valor de la regulación ε_c a partir de la tensión secundaria V_2 para los dos valores de carga que indica el enunciado.

* Si la tensión primaria es la asignada V_{1N} existe una expresión que liga la regulación del transformador ε_c con las caídas relativas de tensión de cortocircuito ε_{Rcc} y ε_{Xcc}. En esta fórmula se empleará el signo + si la carga es inductiva y signo – si es capacitiva. Aplicando esta expresión para los dos estados de carga que da el enunciado se obtienen los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

* El parámetro ε_c se calcula a partir de ε_{Rcc} y ε_{Xcc} utilizando el Teorema de Pitágoras.

* Las medidas que se obtendrían en un ensayo de cortocircuito efectuado alimentando el transformador a la intensidad asignada por el primario son V_{1cc}, I_{1N} y P_{cc}.

* La tensión V_{1cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{cc} en función de las tensiones V_{1cc} y V_{1N}.

* La potencia P_{cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{Rcc} en función de las potencias P_{cc} y S_N.

* La corriente permanente de cortocircuito del primario I_{1falta} se puede calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de Z_{cc} y la segunda utilizando ε_{cc}. En este caso se usará la segunda, ya que es ε_{cc} el parámetro que se ha calculado anteriormente.

* La corriente de choque es el máximo valor de la corriente primaria durante el régimen transitorio de un cortocircuito en bornes del secundario cuando dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles.

  Para obtener la corriente de choque se emplea una expresión que la calcula en función del valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito y de las tensiones relativas de cortocircuito.

  Como comprobación se debe verificar que la corriente de choque no es superior a 2,5 veces el valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.3

Datos:

$S_N = 400$ kVA m = 10000/1000 V f = 50 Hz

En vacío, con $V_1 = V_{1N}$: 0,6 A y 1000 W

A media carga, cos $\varphi_2 = 1$ y $V_1 = V_{1N}$: $V_2 = 991{,}9$ V

A plena carga, cos $\varphi_2 = 0{,}8$ inductivo y $V_1 = V_{1N}$: $V_2 = 955{,}5$ V

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$V_{1N} = 10000$ V $V_{2N} = 1000$ V

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{400000\ \text{VA}}{10000\ \text{V}} = 40\ \text{A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{400000\ \text{VA}}{1000\ \text{V}} = 400\ \text{A}$$

a) Los datos que el enunciado suministra cuando el transformador está en vacío y con la tensión asignada en el primario son los que corresponderían a un ensayo de vacío. Por lo tanto, se dispone de los siguientes datos:

$V_{1N} = 10000$ V $I_0 = 0{,}6$ A $P_0 = 1000$ W

Durante el ensayo de vacío el circuito equivalente del transformador se reduce al indicado en la Fig. 1a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 1b.

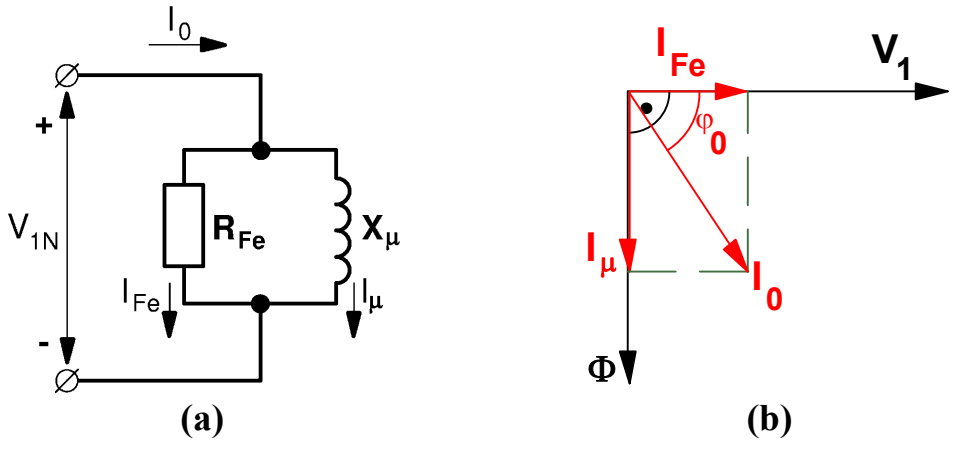


Fig. 1: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{1000}{10000} = 0{,}1 \text{ A} \qquad (1)$$

De la Fig. 1b se deduce que la corriente I_μ se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{0{,}6^2 - 0{,}1^2} = 0{,}592 \text{ A} \qquad (2)$$

De la Fig. 1a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{0{,}1} = 100000 \text{ Ohms} = 100 \text{ kOhms} \qquad (3)$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{10000}{0{,}592} = 16892 \text{ Ohms} = 16{,}89 \text{ kOhms} \qquad (4)$$

En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen } \varphi_2\right)\right] \qquad (5)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen } \varphi_2\right)\right] \qquad (6)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \qquad (7)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

En las expresiones (5) y (6) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En el enunciado se dan datos de caídas de tensión para dos cargas diferentes, pero en ambas la tensión primaria es la asignada. Por lo tanto, se empleará la expresión (6) para analizar estas caídas de tensión.

Si el transformador está a media carga significa que su índice de carga es:

$$C = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Como en este caso el primario está a la tensión asignada y el secundario tiene una tensión $V_2 = 991{,}9$ V, de acuerdo con (7) la regulación vale

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{1000 - 991{,}9}{1000} \cdot 100 = 0{,}81\%$$

El factor de potencia de esta carga es la unidad, luego

$$\cos\varphi_2 = 1 \quad \rightarrow \quad \text{sen}\,\varphi_2 = 0$$

De la expresión (6) se obtiene que

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2\right)\right] \quad \rightarrow \quad 0{,}81 = 0{,}5\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot 1\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot 0\right)\right]$$

$$0{,}81 = 0{,}5 \cdot \varepsilon_{Rcc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{2} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{Rcc} = 2 \cdot 0{,}81 = 1{,}62\%$$

Si el transformador está a plena carga (o carga asignada) significa que su índice de carga vale:

$$C = 1$$

Como en este caso el primario está a la tensión asignada y el secundario tiene una tensión $V_2 = 955{,}5$ V, de acuerdo con (7) la regulación vale

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{1000 - 955{,}5}{1000} \cdot 100 = 4{,}45\%$$

El factor de potencia de esta carga es 0,8, luego

$$\cos\varphi_2 = 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \text{sen}\,\varphi_2 = 0{,}6$$

Como este factor de potencia es inductivo hay que utilizar el signo + en la expresión (6). Se obtiene que:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) + \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_2\right)\right] \rightarrow 4{,}45 = 1\left[\left(1{,}62 \cdot 0{,}8\right) + \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot 0{,}6\right)\right]$$

$$4{,}45 = 1{,}296 + 0{,}6 \cdot \varepsilon_{Xcc} \rightarrow \varepsilon_{Xcc} = \frac{4{,}45 - 1{,}296}{0{,}6} = 5{,}26\%$$

Las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas entre sí por el triángulo dibujado en la Fig. 2.

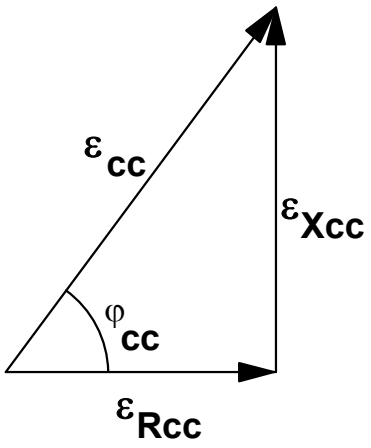


Fig. 2: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Aplicando el Teorema de Pitágoras en la Fig. 2 se obtiene que

$$\varepsilon_{cc} = \sqrt{\varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2} = \sqrt{1{,}62^2 + 5{,}26^2} = 5{,}50\%$$

Este transformador tiene los siguientes parámetros: $R_{Fe} = 100\ k\Omega$; $X_\mu = 16{,}89\ k\Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}26\%$ y $\varepsilon_{cc} = 5{,}50\%$.

b) En un ensayo de cortocircuito realizado alimentando al transformador por el primario, de forma que circule la corriente asignada, se miden las siguientes magnitudes:

$$V_{1cc} \qquad I_{1N} \qquad P_{cc}$$

La tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 \tag{8}$$

Luego, para este transformador se tiene que:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 \rightarrow 5{,}50 = \frac{V_{1cc}}{10000} \cdot 100$$

$$V_{1cc} = 5{,}50 \cdot \frac{10000}{100} = 550\ V$$

La tensión relativa ε_{Rcc} se puede calcular mediante la expresión siguiente, en la cual hay que tener cuidado en utilizar unidades similares para P_{cc} y S_N:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \qquad (9)$$

Así pues, para este transformador se tiene que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad 1{,}62 = \frac{P_{cc}}{400\ \text{kVA}} \cdot 100$$

$$P_{cc} = 400\ \text{kVA} \cdot \frac{1{,}62}{100} = 6{,}48\ \text{kW} = 6480\ \text{W}$$

Luego, si se realiza un ensayo de cortocircuito en este transformador alimentándolo por el primario con la corriente asignada se obtendrían estas medidas: $V_{1cc} = 550$ V; $I_{1N} = 40$ A y $P_{cc} = 6480$ W.

c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N}, aparecen en los devanados unas corrientes que en régimen permanente tienen unos valores varias veces superiores a los asignados. En el problema T.2.1 se han señalado dos maneras diferentes de calcular las corrientes permanentes de cortocircuito en el primario I_{1falta} y en el secundario I_{2falta}. Aquí se emplearán las expresiones que relacionan estas corrientes con el parámetro ε_{cc}, que es el que se ha calculado en los apartados anteriores:

$$I_{1\,falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 40 \cdot \frac{100}{5{,}50} = 727{,}3\ \text{A} \qquad (10)$$

$$I_{2\,falta} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 400 \cdot \frac{100}{5{,}50} = 7273\ \text{A} \qquad (11)$$

(Aunque el enunciado no lo pide también se ha calculado la corriente I_{2falta}).

Desde el momento en que se inicia el cortocircuito hasta que la corriente alcanza su régimen permanente existe un régimen transitorio. La corriente de choque I_{1ch} es el valor máximo que alcanza la corriente cuando el cortocircuito sucede en el momento más desfavorable.

El cortocircuito da lugar a unas corrientes mayores durante el régimen transitorio si se inicia cuando la componente de régimen permanente tiene valor máximo positivo o negativo y, entonces, su valor máximo se produce en el instante t = T/2. En la Fig. 3 se muestra esta situación cuando la corriente permanente comienza con su valor máximo negativo.

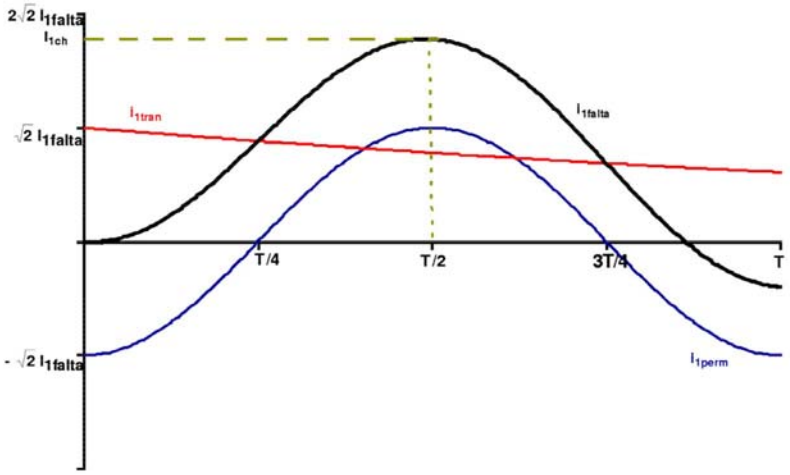


Fig. 3:
Evolución de la corriente de cortocircuito de un transformador en el caso más desfavorable y corriente de choque

Por lo tanto, se tiene que

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\frac{T/2}{\tau_{cc}}}\right] \tag{12}$$

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi\frac{R_{cc}}{X_{cc}}}\right] = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi\frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] \tag{13}$$

Luego, en este transformador se tiene que:

$$I_{1ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta}\left[1 + e^{-\pi\frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] = \sqrt{2}\cdot 727{,}3\left[1 + e^{-\pi\frac{1{,}62}{5{,}26}}\right] = 1419\ \text{A}$$

Se sabe que la corriente de choque cumple que

$$I_{1ch} \le 2{,}5\, I_{1falta} \tag{14}$$

Luego, como verificación del resultado obtenido para I_{1ch} se va a proceder a comprobar que se cumple la relación (14):

$$I_{1ch} \le 2{,}5\, I_{1falta} \quad \rightarrow \quad 1419 \le 2{,}5 \cdot 727{,}3 = 1818\ \text{A}$$

La corriente que circula por el primario de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito es $I_{1falta} = 727{,}3$ A. La corriente de choque en el cortocircuito de esta máquina vale $I_{1ch} = 1419$ A.

PROBLEMA T.2.4

ENUNCIADO

De un transformador monofásico de 0,5 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz se sabe que cuando su primario está a la tensión asignada V_{1N} y se produce un cortocircuito en el secundario por el primario circula una corriente de régimen permanente 625 A y el factor de potencia vale entonces 0,313. También se sabe que el máximo rendimiento de este transformador se produce cuando el índice de carga es 0,8 y que cuando está en vacío la corriente en el primario vale 2A. Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc}, ε_{Xcc}, P_{cc}, P_0, R_{Fe} y X_μ de este transformador.

RESULTADOS

$\varepsilon_{cc} = 8{,}0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2{,}5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7{,}6\%$; $P_{cc} = 12500$ W;
$P_0 = 8000$ W; $R_{Fe} = 12500\ \Omega$; $X_\mu = 5464\ \Omega$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Los factores de potencia son iguales durante el ensayo de cortocircuito y durante la falta de cortocircuito.

* La corriente relativa de cortocircuito ε_{cc} se puede calcular de la fórmula que expresa la corriente $I_{1\,falta}$ en función de ε_{cc} y de I_{1N}.

* Los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden obtener a partir de ε_{cc} y de cos φ_{cc}.

* La potencia P_{cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{Rcc} en función de las potencias P_{cc} y S_N.

* Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0.

* Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* C_{opt} es el índice de carga del transformador cuando se produce el rendimiento máximo.

* El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se produce cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se puede expresar C_{opt} en función de P_{cc} y de P_0 y despejar la potencia de vacío P_0.

* Dado que ya se conocen las magnitudes V_{1N}, I_0 y P_0, se tienen las medidas que se obtendrían si se realizase en ensayo de vacío alimentando el primario del transformador a su tensión asignada.

* A partir de las medidas obtenidas en el ensayo de vacío se pueden calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ. Existen dos métodos distintos para este cálculo y es indiferente el utilizar uno u otro.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.4

Datos:

$S_N = 0{,}5$ MVA $m = 10000/1000$ V $f = 50$ Hz

Factor de potencia en la falta de cortocircuito: 0,313

$I_{1falta} = 625$ A $C_{opt} = 0{,}8$ $I_0 = 2$ A

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 50 \text{ A} \qquad I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 500 \text{ A}$$

En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N}, aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_0 nunca supera el 8% de I_{1N}, se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente durante el cortocircuito queda como se indica en la Fig. 1a.

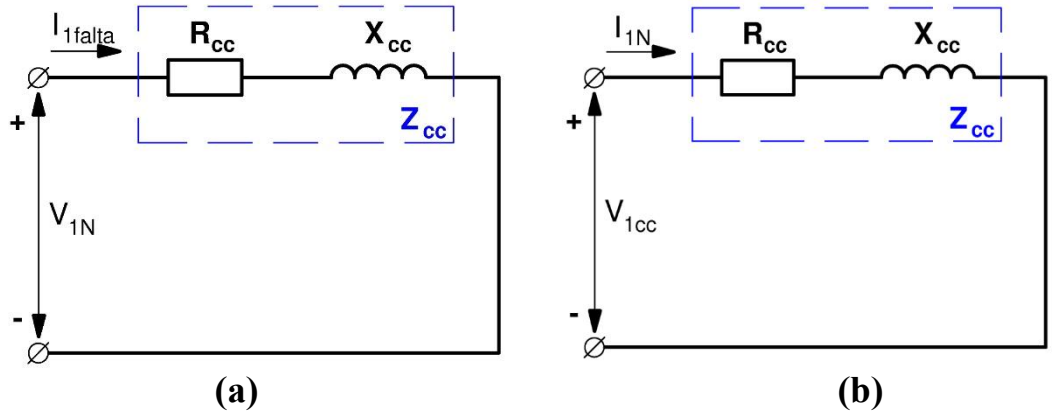


Fig. 1: Circuitos equivalentes del transformador durante la falta de cortocircuito (a) y el ensayo de cortocircuito (b)

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito. En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

Como en el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada, hay una corriente de vacío mucho menor que a tensión asignada y se puede despreciar frente a la corriente primaria. Así pues, el circuito equivalente del transformador durante el ensayo de cortocircuito se reduce al representado en la Fig. 1b.

Los circuitos equivalentes de las Figs. 1a y 1b son similares. Así pues, el factor de potencia es el mismo tanto en la falta como en el ensayo de cortocircuito y, por lo tanto, según el enunciado:

$$\cos\varphi_{cc} = 0{,}313 \;\rightarrow\; \varphi_{cc} = 71{,}76^{o} \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 0{,}950$$

La corriente permanente de la falta de cortocircuito $I_{1\,falta}$ verifica la siguiente relación:

$$I_{1\,falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \tag{1}$$

Luego, se tiene que $\varepsilon_{cc} = \dfrac{I_{1N}}{I_{1\,falta}} \cdot 100 = \dfrac{50}{625} \cdot 100 = 8{,}0\%$

Las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas entre sí por el triángulo dibujado en la Fig. 2.

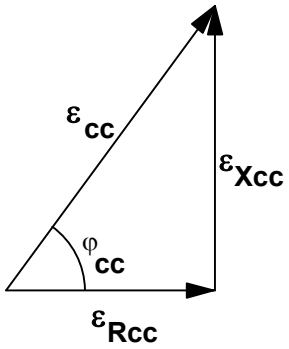


Fig. 2: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

De la Fig. 2 se deduce que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 8 \cdot 0{,}313 = 2{,}5\% \tag{2}$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 8 \cdot 0{,}0{,}950 = 7{,}6\% \tag{3}$$

La tensión relativa ε_{Rcc} se puede calcular mediante la fórmula siguiente, en la cual hay que tener cuidado en utilizar unidades similares para P_{cc} y S_N.

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \tag{4}$$

Luego, se cumple que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \;\rightarrow\; P_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \cdot S_N \tag{5}$$

y en este transformador se obtiene que:

$$P_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \cdot S_N = \frac{2{,}5}{100} \cdot 500\ \text{kVA} = 12{,}5\ \text{kW} = 12500\ \text{W}$$

Existe un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las fijas (las pérdidas en el hierro):

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \qquad (6)$$

En el ensayo de vacío las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \qquad (7)$$

Luego, teniendo en cuenta (6) y (7), se llega a:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \qquad (8)$$

de donde se deduce que:

$$P_0 = C_{opt}^2 \cdot P_{cc} \qquad (9)$$

que aplicado a este transformador da el siguiente resultado:

$$P_0 = C_{opt}^2 \cdot P_{cc} = 0{,}8^2 \cdot 12500\ \text{W} = 8000\ \text{W}$$

El enunciado indica cuánto vale la corriente de vacío a tensión asignada y se acaba de calcular la potencia de vacío. Por lo tanto, se disponen de los datos del ensayo de vacío:

$$V_{1N} = 10000\ \text{V} \qquad I_0 = 2\ \text{A} \qquad P_0 = 8000\ \text{W}$$

Durante el ensayo de vacío el circuito equivalente del transformador se reduce al indicado en la Fig. 3a y el diagrama vectorial es el señalado en la Fig. 3b.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método.

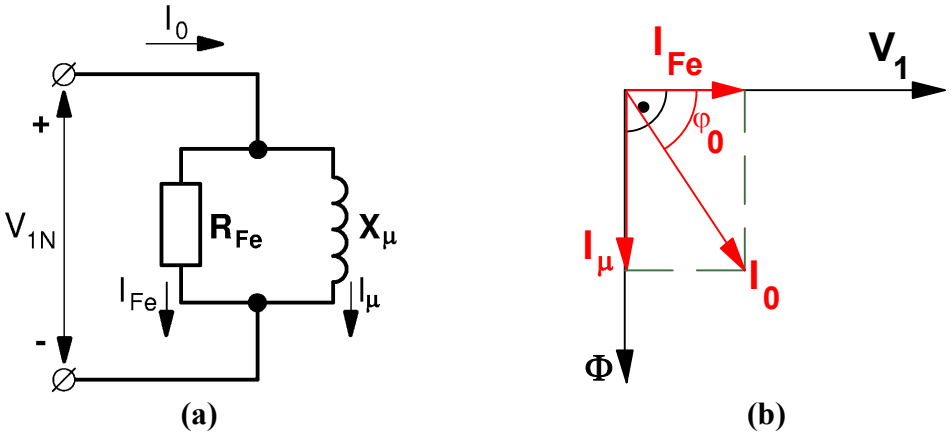


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

El ángulo de desfase φ_0 se calcula a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 \;\rightarrow\; \cos\varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \qquad (10)$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{8000}{10000 \cdot 2} = 0{,}40 \;\rightarrow\; \varphi_0 = 66{,}42^o \;\rightarrow\; \operatorname{sen}\varphi_0 = 0{,}917$$

De la Fig. 3b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 2 \cdot 0{,}40 = 0{,}80\,\text{A} \qquad (11)$$

$$I_\mu = I_0 \cdot \operatorname{sen}\varphi_0 = 2 \cdot 0{,}917 = 1{,}83\,\text{A} \qquad (12)$$

De la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{0{,}8} = 12500\ \text{Ohms} \qquad (13)$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{10000}{1{,}83} = 5464\ \text{Ohms} \qquad (14)$$

Los parámetros de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 8{,}0$ %; $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}5$ %; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}6$ %; $P_{cc} = 12500$ W; $P_0 = 8000$ W; $R_{Fe} = 12500\ \Omega$ y $X_\mu = 5464\ \Omega$.

PROBLEMA T.2.5

ENUNCIADO

Se ha realizado el ensayo de cortocircuito de un transformador monofásico de 2500 kVA, 50000/10000 V y 50 Hz obteniéndose los siguientes resultados:

720 V 225 A 40500 W

Se sabe que este transformador tiene una corriente de vacío igual al 2% de la asignada y que su rendimiento con la carga asignada y factor de potencia unidad es de 97,5%. Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc}, ε_{Xcc}, P_0, R_{Fe} y X_μ de este transformador.

RESULTADOS

$\varepsilon_{cc} = 8{,}0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2{,}0\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7{,}75\%$;
$P_0 = 14103$ W; $R_{Fe} = 177305\ \Omega$; $X_\mu = 52138\ \Omega$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* En el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante el ensayo de cortocircuito, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, en este ensayo se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

* Si el ensayo de cortocircuito tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación.

* Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente.

* Los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden obtener calculando previamente los parámetros R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc}. Sin embargo, es más cómodo calcular directamente las tensiones relativas de cortocircuito.

* Para calcular ε_{cc} se puede emplear la expresión que lo pone en función de las tensiones V_{1cc} y V_{1N}. Esta expresión sólo es válida si se emplea la tensión V_{1cc} medida en un ensayo de cortocircuito en el que circulan exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.

* Para calcular ε_{Rcc} se puede emplear la expresión que lo pone en función de las potencias P_{cc} y S_N. Esta expresión sólo es válida si se emplea la potencia P_{cc} medida en un ensayo de cortocircuito en el que circulan exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.

* ε_{cc} se puede calcular a partir de $\varepsilon_{Rcc\ y}\ \varepsilon_{Xcc}$ aplicando el Teorema de Pitágoras.

* Cuando el transformador alimenta la carga asignada su índice de carga vale 1.

* La potencia de pérdidas en el cobre para carga asignada P_{CuN} es igual a la medida en el ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* A partir del rendimiento para carga asignada y factor de potencia unidad se puede calcular la potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe}.

* La potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} es igual a la potencia medida en el ensayo de vacío P_0.

* Con los cálculos anteriores se disponen de las medidas que se hubieran obtenido si se hubiera realizado el ensayo de vacío alimentando el transformador por el primario.

* A partir de las medidas obtenidas en el ensayo de vacío se pueden calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ. Existen dos métodos distintos para este cálculo y es indiferente el utilizar uno u otro.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.5

Datos:

S_N = 2500 kVA m = 50000/10000 V f = 50 Hz
Ensayo de cortocircuito: 720 V 225 A 40500 W
I_0 = 2% de I_{1N}
Para carga asignada y factor de potencia unidad: η = 97,5%

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

V_{1N} = 50000 V V_{2N} = 10000 V

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{2500000\ VA}{50000\ V} = 50\ A$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{2500000\ VA}{10000\ V} = 250\ A$$

Ensayo de cortocircuito:

Obsérvese que en el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante el ensayo de cortocircuito, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente de 225 A y a una tensión de 720 V. Observando cuáles son las corrientes asignadas de los devanados de este transformador, se advierte que esta corriente está bastante próxima a la asignada del secundario (250A) y es muy diferente de la corriente asignada primaria (50 A). Esto indica que el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el secundario. Como comprobación adicional se aprecia que la tensión a la que se ha realizado el ensayo (720 V) es el 1,44% de V_{1N} y el 7,2% de V_{2N}. Una tensión del 1,44% de la asignada es exageradamente pequeña en un ensayo de cortocircuito, pero un valor del 7,2 % resulta razonable en este tipo de ensayo, lo cual ratifica que se ha efectuado en el secundario. Como, además, este ensayo se ha realizado con una corriente que no es exactamente igual a la asignada, los datos que proporciona el enunciado son:

$V_{2\ corto}$ = 720 V $I_{2\ corto}$ = 225 A P_{corto} = 40500 W

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando el transformador por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1\,corto}}{V_{2\,corto}} = \frac{I_{2\,corto}}{I_{1\,corto}} \rightarrow \begin{cases} V_{1\,corto} = m \cdot V_{2\,corto} \\ I_{1\,corto} = \dfrac{I_{2\,corto}}{m} \end{cases} \quad (1)$$

$$V_{1\,corto} = \frac{50000}{10000}\,720 = 3600\ V \qquad I_{1\,corto} = \frac{225}{\frac{50000}{10000}} = 45\ A$$

$$P_{corto} = 40500\ W$$

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\,corto}\,\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}} = 3600 \cdot \frac{50}{45} = 4000\ V \quad (2)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}}\right)^2 = 40500 \cdot \left(\frac{50}{45}\right)^2 = 50000\ W \quad (3)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado por el primario a la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 4000\ V \qquad I_{1N} = 50\ A \qquad P_{cc} = 50000\ W$$

Se podrían calcular primero los parámetros R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} para, a partir de ellos, obtener las tensiones relativas ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} que pide el enunciado. Sin embargo, es más cómodo calcular directamente estos parámetros:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{4000}{50000} \cdot 100 = 8{,}0\% \quad (4)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{50000}{2500000} \cdot 100 = 2{,}0\% \quad (5)$$

Recuérdese que en las expresiones (4) y (5) deben emplearse la tensión V_{1cc} y la potencia P_{cc} obtenidas en un ensayo de cortocircuito efectuado haciendo circular exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.

Teniendo en cuenta que las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas formando el triángulo de la Fig. 1, aplicando el Teorema de Pitágoras se obtiene que:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{8{,}0^2 - 2{,}0^2} = 7{,}75\% \qquad (6)$$

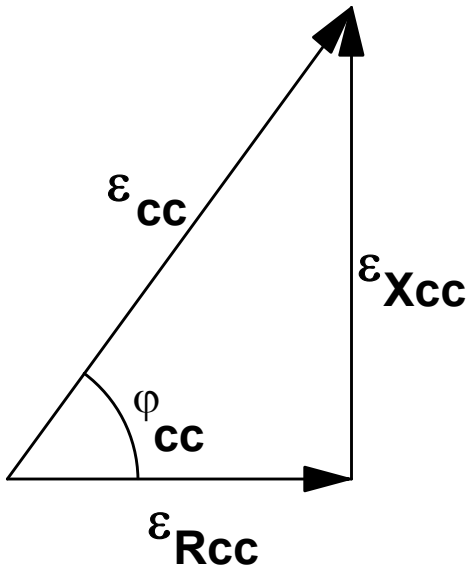


Fig. 1: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Ensayo de vacío:

Cuando el transformador funciona con la carga asignada ($S = S_N$) su índice de carga vale

$$C = \frac{S}{S_N} = 1 \qquad (7)$$

En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_{cuN} = P_{cc} = 50000 \text{ W} \qquad (8)$$

El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación, en la cual hay que tener cuidado de usar unidades similares para medir todas las potencias:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \qquad (9)$$

Luego, en este transformador para carga asignada y factor de potencia unidad, midiendo las potencias en VA y W, por (7), (8) y (9) se tiene que:

$$\eta = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 0{,}975 = \frac{1 \cdot 2500000 \cdot 1}{1 \cdot 2500000 \cdot 1 + P_{Fe} + 1^2 \cdot 50000}$$

$$P_{Fe} = \frac{2500000}{0{,}975} - (2500000 + 50000) = 14103 \text{ W}$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. Luego:

$$P_0 = P_{Fe} = 14103 \text{ W} \qquad (10)$$

Según el enunciado, en este transformador en vacío la corriente consumida es el 2% de la asignada, es decir:

$$I_0 = \frac{2}{100} \cdot 50 = 1 \text{ A} \qquad (11)$$

De (10) y (11) se deduce que si se realizase un ensayo de vacío alimentando el transformador por el primario se obtendrían estas medidas:

$V_{1N} = 5000$ V $I_0 = 1$ A $P_0 = 14103$ W

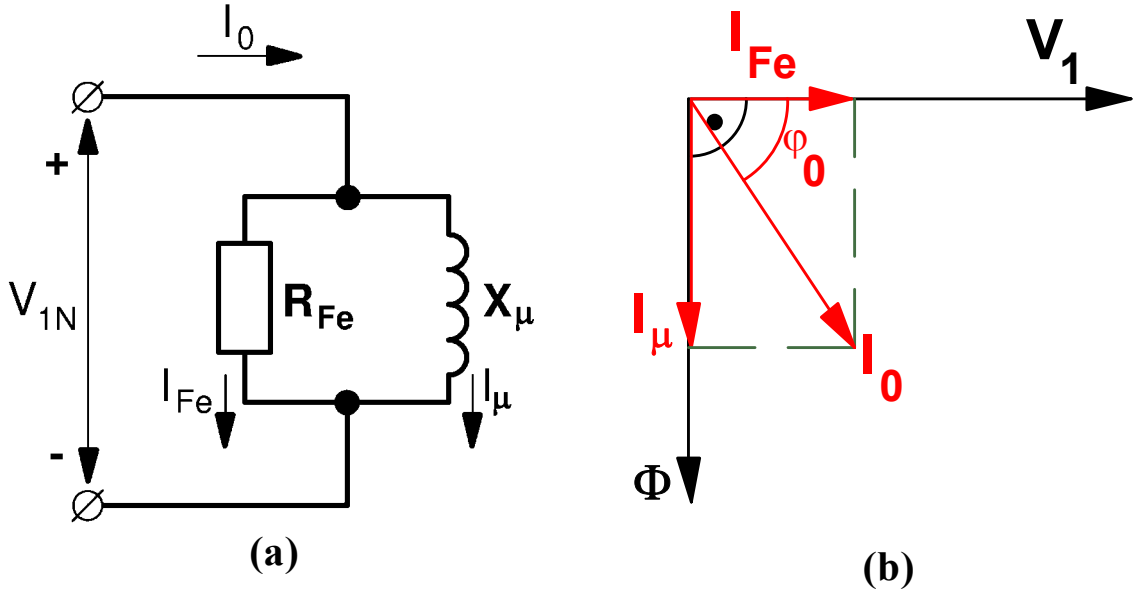


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Durante este ensayo el transformador ha sido alimentado por el primario (donde se han realizado las medidas) y se ha dejado el secundario en circuito abierto. En estas circunstancias, el circuito equivalente del transformador se reduce al mostrado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial correspondiente es el que aparece dibujado en la Fig. 2b.

Hay dos métodos para calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar uno de estos métodos. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (para ello siga el proceso indicado en la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{14103}{50000} = 0{,}282\text{A} \qquad (12)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_μ se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{1{,}0^2 - 0{,}282^2} = 0{,}959 \text{ A} \qquad (13)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{50000}{0{,}282} = 177305 \text{ Ohms} = 177{,}3 \text{ k}\Omega \qquad (14)$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{50000}{0{,}959} = 52138 \text{ Ohms} = 52{,}1 \text{ k}\Omega \qquad (15)$$

Los parámetros de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 8{,}0$ %; $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}0$ %; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}75$ %; $P_0 = 14103$ W; $R_{Fe} = 177{,}3$ kΩ y $X_\mu = 52{,}1$ kΩ.

Aunque el enunciado no lo pide, con los datos de que se dispone se puede calcular la corriente que circularía en régimen permanente por el primario en el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario. Esta corriente se denomina I_{1falta} y se puede determinar mediante esta fórmula:

$$I_{1falta} = I_{1N} \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \qquad (16)$$

Aplicando esta fórmula al transformador que se está analizando se obtiene el siguiente resultado:

$$I_{1falta} = I_{1N}\frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 50\frac{100}{8} \Rightarrow I_{1falta} = 625\ A$$

La corriente del primario durante el régimen permanente de cortocircuito vale $I_{1falta} = 625$ A.

PROBLEMA T.3.1

ENUNCIADO

Un transformador trifásico Yd5 de 15000/6000 V, 3 MVA y 50 Hz ha dado estos resultados en unos ensayos:

Vacío:	15000 V	3,5 A	24000W
Cortocircuito:	322 V	258,3 A	24000 W

a) Calcular los parámetros del circuito equivalente.

b) Obtener los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

c) Calcular las corrientes permanentes del primario y del secundario cuando se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario.

d) Determinar la tensión del secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador alimenta una carga de 240 A con factor de potencia 0,8 inductivo.

e) Calcular el rendimiento de este transformador cuando alimenta una carga de 2,1 MVA con factor de potencia 0,75 capacitivo.

f) Hallar el índice de carga óptimo con el cual se produce el rendimiento máximo y el valor de dicho rendimiento máximo cuando el factor de potencia es 0,6.

RESULTADOS

a) $R_{Fe} = 9372\ \Omega$; $X_{\mu} = 2565\ \Omega$; $R_{cc} = 0{,}75\ \Omega$; $X_{cc} = 4{,}44\ \Omega$

b) $\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}92\%$

c) $I_{1faltaL} = 1925$ A; $I_{2faltaL} = 4811$ A

d) $V_{2L} = 5783$ V

e) $\eta = 97{,}6\%$

f) $C_{opt} = 0{,}894$; $\eta_{Máx} = 97{,}1\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario, tanto de línea como de fase.

* Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe}, X_μ, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.

* En este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el primario y el de Baja Tensión (B.T.) es el secundario.

* La relación de transformación de tensiones m_T relaciona entre sí las tensiones de línea del primario y del secundario y también las corrientes de línea del primario y del secundario. La relación de transformación m relaciona valores de fase.

* Para averiguar por qué lado del transformador se ha medido cuando se ha hecho el ensayo de vacío se tiene en cuenta que este ensayo se realiza a la tensión asignada del devanado por donde se alimenta a la máquina.

* Para averiguar por qué lado del transformador se ha medido cuando se ha hecho el ensayo de cortocircuito se tiene en cuenta que este ensayo se realiza con una corriente igual o parecida a la asignada del devanado por donde se alimenta a la máquina.

* Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido (valores de línea) de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación m_T. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.

* Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

* A partir de los valores de línea se calculan los valores de fase de corrientes, de tensiones y de potencias en estos ensayos. La potencia de una fase es la tercera parte de la total. Con estos valores de fase se procede como si el transformador fuera monofásico.

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1ccL}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión $V_{1cortoL}$ medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc}, la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

* Hay varios procedimientos para calcular ε_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente.

* Las corrientes permanentes de cortocircuito del primario $I_{1faltaL}$ y del secundario $I_{2faltaL}$ se pueden calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de Z_{cc} y la segunda utilizando ε_{cc}. Estas dos formas de cálculo se pueden utilizar indistintamente.

* La tensión del secundario se obtiene mediante una fórmula que relaciona la regulación ε_C con los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}, el índice de carga y el factor de potencia. Como la carga es inductiva esta fórmula se utilizará con el signo +. Una vez conocida la regulación se puede calcular la tensión del secundario V_{2L} a partir de ε_C y V_{2NL}.

* El índice de carga se puede calcular por cociente de la corriente que se suministra a la carga y la corriente asignada del secundario.

* Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0.

* Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2. A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C.

* Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt}, lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta máx}$.

* El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta máx}$.

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.3.1

Datos:

Yd5	m_T = 15000/6000 V	S_N = 3 MVA	50 Hz
Ensayo de vacío:	15000 V	3,5 A	24000 W
Ensayo de cortocircuito:	322 V	258,3 A	24000 W
apartado d):	240 A	cos φ_2 = 0,8 inductivo	
apartado e):	2,1 MVA	cos φ_2 = 0,75 capacitivo	
apartado f):	cos φ_2 = 0,6		

Resolución:

Al tratarse de un transformador con la conexión Yd y estar alimentado por el lado de alta tensión (A.T.), el primario está conectado en estrella y el secundario en triángulo. Por consiguiente, se cumplirá que:

$$\text{Primario (Estrella):} \begin{cases} V_1 = \dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}} \\ I_1 = I_{1L} \end{cases} \qquad \text{Secundario (Triángulo):} \begin{cases} V_2 = V_{2L} \\ I_2 = \dfrac{I_{2L}}{\sqrt{3}} \end{cases} \tag{1}$$

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}}}{V_{2L}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, m_T$$

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario, tanto de fase como de línea. Teniendo en cuenta las relaciones (1) se llega a:

$$V_{1NL} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2NL} = 6000 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\, V_{1NL}} = \frac{3000000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 15000 \text{ V}} = 115{,}5 \text{ A}$$

$$I_{2NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\, V_{2NL}} = \frac{3000000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 6000 \text{ V}} = 288{,}7 \text{ A}$$

$$V_{1N} = \frac{V_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{15000}{\sqrt{3}} = 8660 \text{ V} \qquad V_{2N} = V_{2NL} = 6000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 115{,}5 \text{ A} \qquad I_{2N} = \frac{I_{2NL}}{\sqrt{3}} = \frac{288{,}7}{\sqrt{3}} = 166{,}7 \text{ A}$$

a) Cada fase de un transformador trifásico con carga equilibrada se comporta como un transformador monofásico con las tensiones y corrientes de fase y con la tercera parte de la potencia. Por lo tanto, el circuito equivalente aproximado de una fase de este transformador es el indicado en la Fig. 1 y la resolución de un transformador trifásico con carga equilibrada se realiza de la misma forma que para un transformador monofásico utilizando los valores de fase.

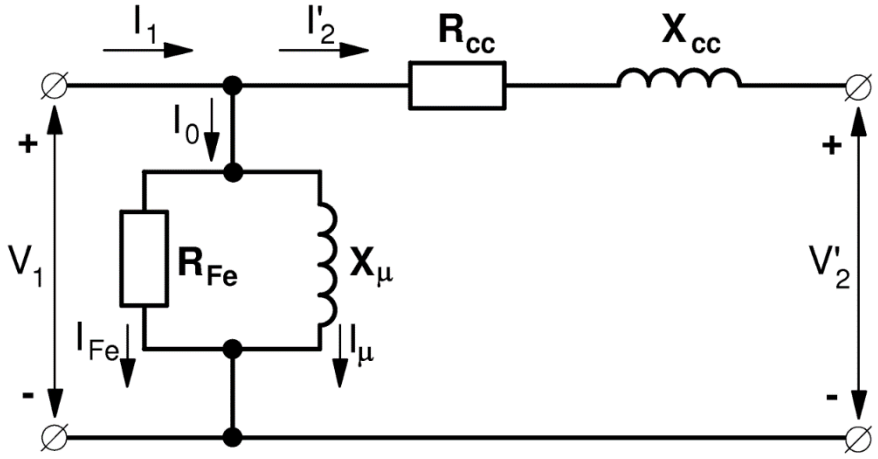


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de una fase de un transformador trifásico

Los parámetros que se necesitan calcular para definir el circuito equivalente de la Fig. 1 son R_{Fe}, X_μ, R_{cc} y X_{cc}. Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Ensayo de vacío:

El enunciado no indica por qué lado se ha realizado el ensayo de vacío, pero es fácil deducirlo a partir de los valores medidos en dicho ensayo. Este ensayo se debe realizar a la tensión asignada del lado por el que se alimenta al transformador mientras se le ensaya. Como la tensión de alimentación durante el ensayo es de 15000 V, se deduce que en este caso el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el primario (donde se han realizado las medidas) y dejando el secundario en circuito abierto. En consecuencia, los datos sobre este ensayo que proporciona el enunciado son:

$$V_{1NL} = 15000 \text{ V} \qquad I_{0L} = 3{,}5 \text{ A} \qquad P_0 = 24000 \text{ W}$$

Teniendo en cuenta la conexión estrella del primario (relaciones (1)), los valores de fase correspondientes a este ensayo son:

$$V_{1N} = \frac{V_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{15000}{\sqrt{3}} = 8660 \text{ V} \qquad I_0 = I_{0L} = 3{,}5 \text{ A}$$

$$P_{0f} = \frac{P_0}{3} = \frac{24000}{3} = 8000 \text{ W}$$

El cálculo de los parámetros R_{Fe} y X_μ del circuito equivalente de la Fig.1 se realiza ahora como si se tratase de un transformador monofásico en el que el ensayo de vacío hubiera dado como resultados los valores de fase que se acaban de obtener.

En el ensayo de vacío, el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial por fase del transformador es el señalado en la Fig. 2b:

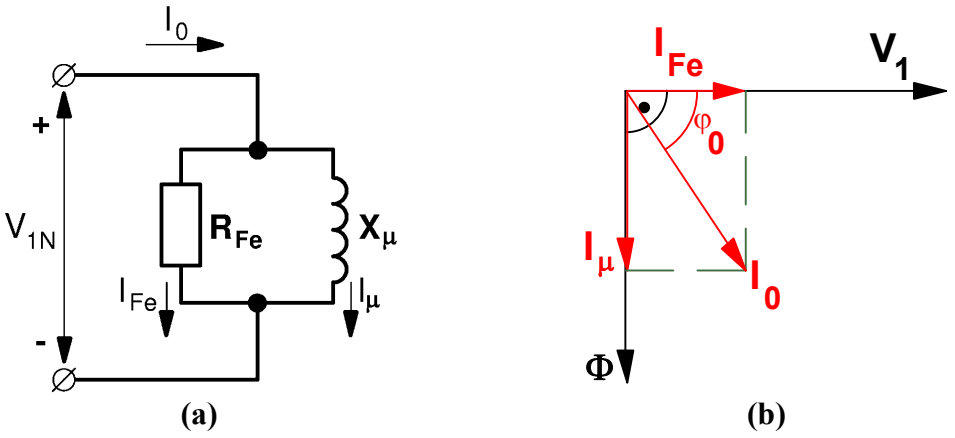


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Como ya se ha indicado al resolver los problemas de transformadores monofásicos del apartado 1, hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_0 a partir de la potencia activa:

$$P_{0f} = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 \rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{P_{0f}}{V_{1N} \cdot I_0} \qquad (2)$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{8000}{8660 \cdot 3{,}5} = 0{,}264 \rightarrow \varphi_0 = 74{,}7^\circ \rightarrow \text{sen}\,\varphi_0 = 0{,}965$$

De la Fig. 2b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos\varphi_0 = 3{,}5 \cdot 0{,}264 = 0{,}924 \text{ A} \qquad (3a)$$

$$I_\mu = I_0 \cdot \text{sen}\,\varphi_0 = 3{,}5 \cdot 0{,}965 = 3{,}376 \text{ A} \qquad (3b)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{8660}{0{,}924} = 9372\ \Omega \qquad (4)$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{8660}{3{,}376} = 2565\ \Omega \qquad (5)$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la corriente I_{Fe}:

$$P_{0f} = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow$$
$$\rightarrow I_{Fe} = \frac{P_{0f}}{V_{1N}} = \frac{8000}{8660} = 0{,}924\text{A} \qquad (6)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_μ se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{3{,}5^2 - 0{,}924^2} = 3{,}376\ \text{A} \qquad (7)$$

Una vez calculadas las corrientes I_{Fe} e I_μ, el cálculo de R_{Fe} y de X_μ se realiza de igual manera que en el procedimiento anterior utilizando las expresiones (4) y (5).

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado no indica por qué lado se ha realizado el ensayo de cortocircuito, pero es fácil deducirlo a partir de los valores medidos en dicho ensayo. Este ensayo se debe realizar con una corriente igual o de un valor próximo a la intensidad asignada del lado por el que se alimenta al transformador mientras se lo ensaya. Como la corriente a la que se ha realizado este ensayo es de 258,3 A y las corrientes asignadas (de línea) del primario y del secundario son, respectivamente, 115,5 A y 288,7 A se deduce que este ensayo se ha efectuado alimentando el transformador por el secundario (donde se han realizado las medidas) y dejando el primario en cortocircuito. Además, como la corriente del ensayo no es exactamente la asignada del secundario se deduce que los datos sobre el ensayo de cortocircuito que suministra el enunciado son:

$V_{2cortoL} = 322$ V $I_{2cortoL} = 258{,}3$ A $P_{corto} = 24000$ W

Como todas las expresiones explicadas en la teoría se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando al transformador por el primario y a la intensidad asignada, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m_T = \frac{V_{1\,cortoL}}{V_{2\,cortoL}} = \frac{I_{2\,cortoL}}{I_{1\,cortoL}} \rightarrow \begin{cases} V_{1\,cortoL} = m_T \cdot V_{2\,cortoL} \\ I_{1\,cortoL} = \dfrac{I_{2\,cortoL}}{m_T} \end{cases} \qquad (8)$$

$$V_{1cortoL} = m_T \cdot V_{2cortoL} = 805\ \text{V}$$

$$I_{1cortoL} = \frac{I_{2cortoL}}{m_T} = \frac{258{,}3}{\frac{15000}{6000}} = 103{,}3\ \text{A}$$

$P_{corto} = 24000$ W

Si el ensayo, además de realizarse por el primario, se hubiese hecho con la intensidad asignada los resultados medidos hubieran sido:

$$V_{1ccL} = V_{1cortoL}\frac{I_{1NL}}{I_{1cortoL}} = 805\,\frac{115{,}5}{103{,}3} = 900\ \text{V}$$

$$I_{1NL} = 115{,}5\ \text{A} \qquad (9)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1NL}}{I_{1cortoL}}\right)^2 = 24000\left(\frac{115{,}5}{103{,}3}\right)^2 = 30000\ \text{W}$$

Teniendo en cuenta la conexión estrella del primario (relaciones (1)), los valores de fase correspondientes a este ensayo son:

$$V_{1cc} = \frac{V_{1ccL}}{\sqrt{3}} = \frac{900}{\sqrt{3}} = 519{,}6\ \text{V}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 115{,}5\ \text{A} \qquad (10)$$

$$P_{ccf} = \frac{P_{cc}}{3} = \frac{30000}{3} = 10000\ \text{W}$$

El cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} del circuito equivalente de la Fig.1 se realiza ahora como si se tratase de un transformador monofásico en el que el ensayo de cortocircuito hubiera dado como resultados los valores de fase que se acaban de obtener.

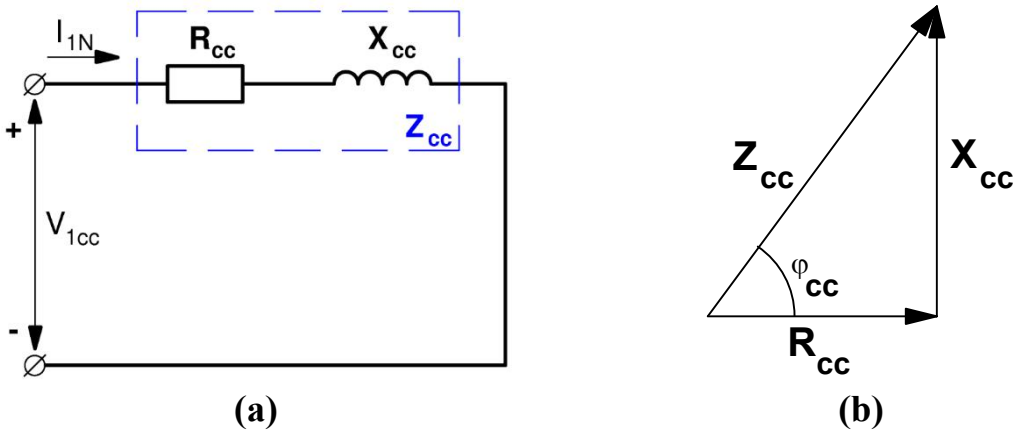


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

En las Figs. 3a y b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j\,X_{cc} = Z_{cc} \angle \varphi_{cc} \qquad (11)$$

Como ya se ha indicado al resolver los problemas del apartado 1, hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_{cc} a partir de la potencia activa consumida durante el ensayo:

$$P_{ccf} = V_{1cc} \cdot I_{1N} \cdot \cos\varphi_{cc} \rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{ccf}}{V_{1cc} \cdot I_{1N}} \qquad (12)$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{10000}{519{,}6 \cdot 115{,}5} = 0{,}167 \rightarrow \varphi_{cc} = 80{,}4^{o} \rightarrow \text{sen}\,\varphi_{cc} = 0{,}986$$

Observando el circuito equivalente de la Fig. 3a y aplicando la ley de Ohm se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{519{,}6}{115{,}5} = 4{,}5\ \Omega \qquad (13)$$

Del triángulo de impedancias de la Fig. 3b se deduce que:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 4{,}5 \cdot 0{,}167 = 0{,}75\ \Omega \qquad (14)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \text{sen}\,\varphi_{cc} = 4{,}5 \cdot 0{,}986 = 4{,}44\ \Omega \qquad (15)$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la impedancia Z_{cc} del mismo modo que en el método anterior, mediante la relación (13). A continuación, se calcula la resistencia R_{cc} a partir de la potencia activa consumida en el ensayo:

$$P_{ccf} = R_{cc} \cdot I_{1N}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{ccf}}{I_{1N}^2} = \frac{1000}{115{,}5^2} = 0{,}75\ \Omega \qquad (16)$$

De la Fig. 3b se deduce que la reactancia X_{cc} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{4{,}5^2 - 0{,}75^2} = 4{,}44\ \Omega \qquad (17)$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 9372\ \Omega$, $X_{\mu} = 2565\ \Omega$, $R_{cc} = 0{,}75\ \Omega$ y $X_{cc} = 4{,}44\ \Omega$.

b) Como ya se ha comentado en los problemas del apartado 1, hay varios métodos para calcular los parámetros de tensión relativa.

ε_{cc} se puede calcular mediante cualquiera de estas expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{V_{1ccL}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{900}{15000} \cdot 100 = 6\% \qquad (18a)$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{4{,}5 \cdot 115{,}5}{8660} \cdot 100 = 6\% \qquad (18b)$$

Nótese que en la expresión (18a) la tensión que hay que utilizar en el numerador es la tensión del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada V_{1ccL}, no la tensión $V_{1cortoL}$ que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada. Obsérvese también que esta expresión es válida tanto usando las tensiones de fase como las de línea.

ε_{Rcc} se puede calcular mediante cualquiera de estas dos expresiones:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0{,}75 \cdot 115{,}5}{8660} \cdot 100 = 1\% \qquad (19a)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{30000}{3000000} \cdot 100 = 1\% \qquad (19b)$$

Nótese que en la expresión (19b) la potencia activa que hay que utilizar en el numerador es la potencia del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc}, no la potencia P_{corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

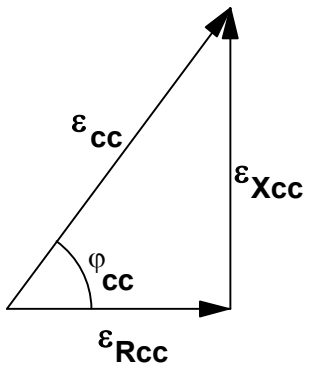


Fig. 4: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Otra forma de calcular el parámetro ε_{Rcc} se obtiene a partir del triángulo de tensiones relativas (Fig. 4) deducido a partir del triángulo de impedancias (Fig. 3b):

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 6 \cdot 0{,}167 = 1\% \qquad (19c)$$

ε_{Xcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{4{,}44 \cdot 115{,}5}{8660} \cdot 100 = 5{,}92\% \qquad (20a)$$

Otras formas de calcular el parámetro ε_{Xcc} se deducen del triángulo de tensiones relativas de la Fig. 4:

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \text{sen}\, \varphi_{cc} = 6 \cdot 0{,}986 = 5{,}92\% \qquad (20b)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{6^2 - 1^2} = 5{,}92\% \qquad (20c)$$

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 6\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 1\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}92\%$.

c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1NL}, aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_{0L} nunca supera el 8% de I_{1NL}, se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente de una fase del transformador durante el cortocircuito queda como se indica en la Fig. 5.

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito. En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

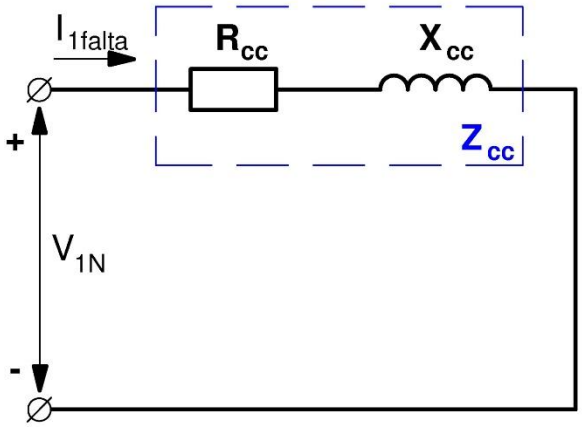


Fig. 5: Circuito equivalente de una fase del transformador durante la falta de cortocircuito

De la Fig. 5, aplicando la Ley de Ohm, se deduce que

$$I_{1\,falta} = \frac{V_{1N}}{Z_{cc}} = \frac{8660}{4{,}5} = 1925 \text{ A}$$

Como la corriente de vacío es despreciable en este caso y se verifican las relaciones (1), sucede que:

$$I_{1\,falta} = I_0 + I'_{2\,falta} \approx I'_{2\,falta} \rightarrow I_{2\,falta} = m \cdot I'_{2\,falta} = m \cdot I_{1\,falta} \quad (21)$$

$$I_{2\,falta} = m \cdot I_{1\,falta} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{15000}{6000} \right) \cdot 1925 = 2778 \text{ A}$$

Teniendo en cuenta las relaciones (1) se obtienen las corrientes de línea durante el cortocircuito:

$$\begin{aligned} I_{1faltaL} &= I_{1falta} = 1925 \text{ A} \\ I_{2faltaL} &= \sqrt{3} \cdot I_{2falta} = \sqrt{3} \cdot 2778 = 4811 \text{ A} \end{aligned} \quad (22)$$

Otra forma alternativa para calcular estas corrientes, es mediante las expresiones siguientes:

$$I_{1\,falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 115{,}5 \cdot \frac{100}{6} = 1925 \text{ A} \quad (23)$$

$$I_{2\,falta} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 166{,}7 \cdot \frac{100}{6} = 2778 \text{ A} \quad (24)$$

$$I_{1\,faltaL} = I_{1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 115{,}5 \cdot \frac{100}{6} = 1925 \text{ A} \quad (25)$$

$$I_{2\,faltaL} = I_{2NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 288{,}7 \cdot \frac{100}{6} = 4811 \text{ A} \quad (26)$$

Las corrientes de línea que circulan por los devanados de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito son $I_{1faltaL} = 1925$ A e $I_{2faltaL} = 4811$ A.

d) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_{1L} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2\right)\right] \quad (27)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_{1L} = V_{1NL}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2\right)\right] \quad (28)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \\ = \frac{V_{1NL} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \qquad (29)$$

(V_{20L} = Tensión secundaria en vacío = V_{2NL})

C es el índice de carga:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_{2L}}{I'_{2NL}} = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} = \frac{I_1}{I_{1N}} \qquad (30)$$

En las expresiones (27) y (28) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

El enunciado indica que la carga consume una corriente de 240 A. De la fórmula (30) se obtiene que el índice de carga vale:

$$C = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{240}{288{,}7} = 0{,}83$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos \varphi_2 = 0{,}8 \rightarrow \operatorname{sen} \varphi_2 = 0{,}6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (28):

$$\varepsilon_C = 0{,}83 \left[(1 \cdot 0{,}8) + (5{,}92 \cdot 0{,}6)\right] = 3{,}61\%$$

Teniendo en cuenta la relación (29), se tiene que:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 \rightarrow V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_C}{100}\right) \qquad (31)$$

$$V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_C}{100}\right) = 6000 \cdot \left(1 - \frac{3{,}61}{100}\right) = 5783 \text{ V}$$

La tensión de línea en bornes del secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador suministra 240 A con factor de potencia 0,8 inductivo es 5783 V.

e) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \qquad (32)$$

Las pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe} representan la potencia perdida a causa de los efectos de la histéresis y de las corrientes de Foucault en el núcleo magnético del transformador y dependen del flujo magnético y de la frecuencia. Por consiguiente, si el transformador tiene en bornes de sus devanados unas tensiones que varían poco con respecto de la asignada (lo que hace que el flujo apenas cambie), se puede considerar que estas pérdidas son prácticamente constantes; es decir, las pérdidas en el hierro constituyen las pérdidas fijas P_f del transformador.

Las pérdidas en el cobre P_{Cu} representan la potencia disipada en los devanados por efecto Joule. Dependen del cuadrado de la corriente y, por lo tanto, varían con la carga. Las pérdidas en el cobre constituyen las pérdidas variables P_v del transformador.

$$P_{Fe} = P_f \qquad P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = P_v \qquad (33)$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \qquad (34)$$

El enunciado indica que la carga consume 2,1 MVA. Como esta potencia está medida en MVA es que se trata de la potencia aparente S. Aplicando (30) se obtiene el índice de carga:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{2{,}1 \text{ MVA}}{3 \text{ MVA}} = 0{,}7$$

Luego, de (32) y (33) se deduce que:

$$P_2 = S \cos \varphi_2 = 2{,}1 \cdot 0{,}75 = 1{,}575 \text{ MW} = 1575000 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = 0{,}7^2 \cdot 30000 = 14700 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{1575000}{1575000 + 24000 + 147000} = 0{,}976 = 97{,}6\%$$

El rendimiento de este transformador con esta carga es de 97,6%.

f) En la Fig. 6 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C manteniendo el factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (32). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (35)$$

Luego, teniendo en cuenta (34), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (36)$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta máx}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\ máx}}{S_N} \rightarrow S_{\eta\ máx} = C_{opt} \cdot S_N \quad (37)$$

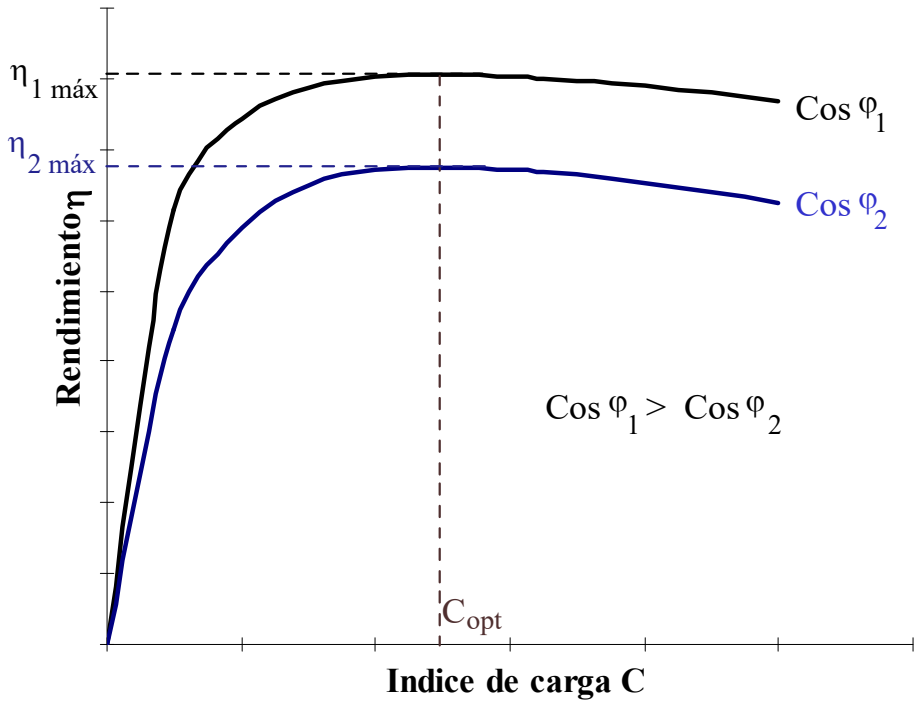


Fig. 6: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo se produce con el mismo índice de carga C_{opt}, en la Fig. 6 se puede apreciar que el rendimiento máximo $\eta_{máx}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor } \eta_{máx} \quad \rightarrow \quad \cos \varphi_2 = 1 \tag{38}$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (32) cuando en índice de carga es el óptimo C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (35), (36) y (37), Se obtiene que:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \eta_{máx} = \frac{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \tag{39}$$

En las expresiones (30), (32), (36) y (39) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias, aunque se puede elegir la unidad que se dese, ya que el rendimiento es un parámetro adimensional.

En este transformador, partiendo de la relación (36) se obtiene que el índice de carga óptimo vale:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{24000\ \text{W}}{30000\ \text{W}}} = 0{,}894$$

Luego, de (39) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia 0,6 toma este valor:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + 2\ P_{Fe}} =$$

$$= \frac{0{,}894 \cdot 3000000 \cdot 0{,}6}{0{,}894 \cdot 3000000 \cdot 0{,}6 + 2 \cdot 24000} = 0{,}971 = 97{,}1\%$$

No debe producir extrañeza que este rendimiento máximo alcance un valor (97,1%) inferior al que se obtuvo (97,6%) con la carga del apartado anterior. El que el este rendimiento máximo sea inferior a un rendimiento que no es máximo es debido a que el factor de potencia es diferente en los dos casos. Como se puede apreciar en la Fig. 6, el rendimiento máximo para un factor de potencia bajo puede ser inferior a un rendimiento que no es el máximo con un factor de potencia más alto.

El índice de carga óptimo de este transformador es C_{opt} = 0,894 y el rendimiento máximo para factor de potencia 0,6 vale 97,1%.

PROBLEMA T.3.2

ENUNCIADO

Un transformador trifásico tiene una placa de características en la que se pueden leer los siguientes datos:

$S_N = 100$ kVA	660/250 V	Yy0	$\varepsilon_{cc} = 8\%$
$P_{CuN} = 1800$ W	$P_{Fe} = 1200$ W		$I_{0L} = 3{,}5$ A

Calcular:

a) Los valores que se hubieran medido al realizar el ensayo de cortocircuito a intensidad asignada alimentando el transformador por el lado de Alta Tensión (A.T.).

b) Los parámetros R_{Fe}, X_μ, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

c) Las intensidades de línea en el primario y en el secundario en régimen permanente cuando se produce cortocircuito trifásico en bornes del secundario. Calcule también la corriente de choque de línea durante el régimen transitorio de este cortocircuito.

d) La tensión de línea en el secundario si se alimenta la máquina a la tensión asignada por el primario y tiene conectada en su secundario una carga de 80 kVA y factor de potencia 0,6 capacitivo.

e) El rendimiento de este transformador con la carga del apartado anterior.

f) La potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.

RESULTADOS

a) $V_{1ccL} = 52{,}8$ V; $I_{1NL} = 87{,}5$ A; $P_{cc} = 1800$ W

b) $R_{Fe} = 362{,}9\ \Omega$; $X_\mu = 114{,}1\ \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}8\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}8\%$

c) $I_{1faltaL} = 1094$ A; $I_{2faltaL} = 2888$ A; $I_{1ChL} = 2296$ A

d) $V_{2L} = 260{,}3$ V

e) $\eta = 95{,}3\%$

f) $S_{\eta Máx} = 81600$ VA; $\eta_{Máx} = 97{,}14\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario, tanto de línea como de fase.

* En este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el primario y el de Baja Tensión (B.T.) es el secundario.

* En el ensayo de cortocircuito a corriente asignada y alimentando por el primario se miden los valores de V_{1ccL}, I_{1NL} y P_{cc}. V_{1ccL} se puede calcular a partir de ε_{cc} y P_{cc} es igual a la potencia de pérdidas en el cobre asignadas.

* En el ensayo de vacío alimentando por el primario se miden los valores de V_{1NL}, I_{0L} y de P_0. V_{1NL} e I_{0L} se dan en el enunciado y P_0 es igual a las pérdidas en el hierro P_{Fe}.

* A partir de los valores de línea se calculan los valores de fase de corrientes, de tensiones y de potencias en el ensayo de vacío. La potencia de una fase es la tercera parte de la total. Con estos valores de fase se procede como si el transformador fuera monofásico.

* Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro.

* ε_{Rcc} se puede obtener a partir de la potencia P_{cc}.

* ε_{Xcc} se puede obtener de ε_{cc} y ε_{Rcc} aplicando el Teorema de Pitágoras en el triángulo de tensiones relativas de cortocircuito.

* Las corrientes permanentes de cortocircuito del primario $I_{1faltaL}$ y del secundario $I_{2faltaL}$ se pueden calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de Z_{cc} y la segunda utilizando ε_{cc}. Estas dos formas de cálculo se pueden utilizar indistintamente.

* La corriente de choque es el máximo valor de la corriente primaria durante el régimen transitorio de un cortocircuito trifásico en bornes del secundario cuando dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles.

  Para obtener la corriente de choque se emplea una expresión que la calcula en función del valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito y de las tensiones relativas de cortocircuito.

  Como comprobación se debe verificar que la corriente de choque no es superior a 2,5 veces el valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito.

* La tensión del secundario se obtiene mediante una fórmula que relaciona la regulación ε_C con los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}, el índice de carga y el factor de potencia. Como la carga es capacitiva esta fórmula se utilizará con el signo -. Una vez conocida la regulación se puede calcular la tensión del secundario V_{2L} a partir de ε_C y V_{2NL}.

* Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2. A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C.

* Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt}, lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta máx}$.

* El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta máx}$.

* El mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad.

Transformadores

T.3: Transformadores trifásicos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.3.2

Datos:

$S_N = 100$ kVA	$m_T = 660/250$ V	Yy0	
$\varepsilon_{cc} = 8\%$	$P_{CuN} = 1800$ W	$P_{Fe} = 1200$ W	$I_{0L} = 3{,}5$ A
apartados d) y e):	80 kVA	$\cos \varphi_2 = 0{,}6$ capacitivo	

Resolución:

Al tratarse de un transformador con la conexión Yy tanto el primario como el secundario están conectados en estrella. Por consiguiente se cumplirá que:

$$\text{Primario (Estrella):} \begin{cases} V_1 = \dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}} \\ I_1 = I_{1L} \end{cases} \qquad \text{Secundario (Estrella):} \begin{cases} V_2 = \dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}} \\ I_2 = I_{2L} \end{cases} \tag{1}$$

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}}}{\dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}}} = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = m_T$$

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario, tanto de fase como de línea. Teniendo en cuenta las relaciones (1) se llega a:

$$V_{1NL} = 660 \text{ V} \qquad V_{2NL} = 250 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\, V_{1NL}} = \frac{100000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 660 \text{ V}} = 87{,}5 \text{ A}$$

$$I_{2NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\, V_{2NL}} = \frac{100000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 250 \text{ V}} = 231 \text{ A}$$

$$V_{1N} = \frac{V_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{660}{\sqrt{3}} = 381 \text{ V} \qquad V_{2N} = \frac{V_{2NL}}{\sqrt{3}} = \frac{250}{\sqrt{3}} = 144 \text{ V}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 87{,}5 \text{ A} \qquad I_{2N} = I_{2NL} = 231 \text{ A}$$

Cada fase de un transformador trifásico con carga equilibrada se comporta como un transformador monofásico con las tensiones y corrientes de fase y con la tercera parte de la potencia. Por lo tanto, el circuito equivalente aproximado de una fase de este transformador es el indicado en la Fig. 1 y la resolución de un transformador trifásico con carga equilibrada se realiza de la misma forma que para un transformador monofásico utilizando los valores de fase.

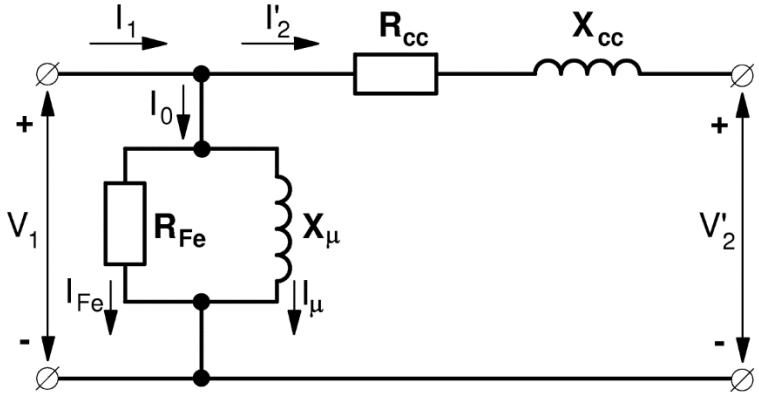


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de una fase de un transformador trifásico

a) Si se hubiera realizado un ensayo de cortocircuito a intensidad asignada alimentando a la máquina por el lado de A.T. (el primario en este caso), las medidas que se habrían obtenido son las siguientes.

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1ccL}}{V_{1NL}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad V_{1ccL} = V_{1NL} \cdot \frac{\varepsilon_{cc}}{100} = 660 \cdot \frac{8}{100} = 52{,}8 \text{ V} \qquad (2)$$

$I_{1NL} = 87{,}5$ A

$P_{cc} = P_{CuN} = 1800$ W

Un ensayo de cortocircuito a intensidad asignada realizado por el primario de este transformador habría dado estos resultados: 52,8 V, 87,5 A y 1800 W.

b) De los datos del enunciado se deduce que si se realiza el ensayo de vacío a este transformador alimentándolo por el primario se obtendrían estos resultados:

$V_{1NL} = 660$ V $\qquad$ $I_{0L} = 3{,}5$ A $\qquad$ $P_0 = P_{Fe} = 1200$ W

Teniendo en cuenta la conexión estrella del primario (relaciones (1)), los valores de fase correspondientes a este ensayo son:

$$V_{1N} = \frac{V_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{660}{\sqrt{3}} = 381 \text{ V} \qquad I_0 = I_{0L} = 3{,}5 \text{ A}$$

$$P_{0f} = \frac{P_0}{3} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ W}$$

El cálculo de los parámetros R_{Fe} y X_μ del circuito equivalente de la Fig.1 se realiza ahora como si se tratase de un transformador monofásico en el que el ensayo de vacío hubiera dado como resultados los valores de fase que se acaban de obtener.

En el ensayo de vacío, el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial por fase del transformador es el señalado en la Fig. 2b:

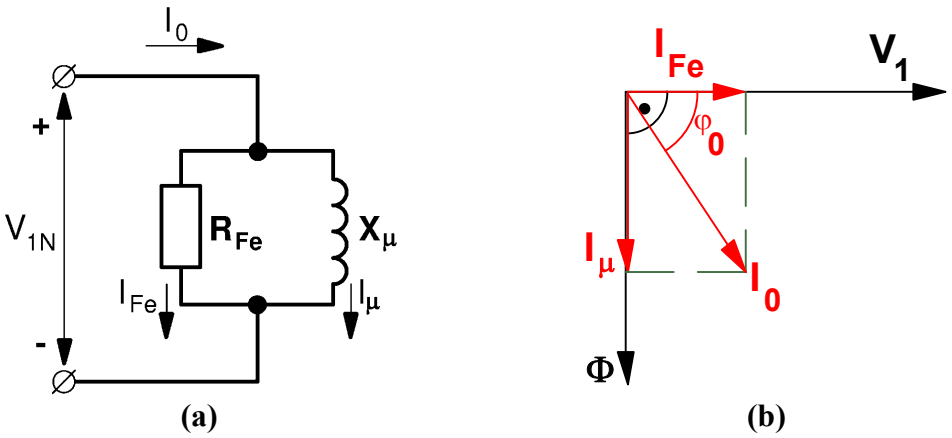


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.3.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.3.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se obtiene así:

$$P_{0f} = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos\varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow$$
$$\rightarrow I_{Fe} = \frac{P_{0f}}{V_{1N}} = \frac{400}{381} = 1{,}05 \text{ A} \qquad (3)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_μ se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{3{,}5^2 - 1{,}05^2} = 3{,}34 \text{ A} \qquad (4)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{381}{1{,}05} = 362{,}9\ \Omega \qquad (5)$$

$$X_\mu = \frac{V_{1N}}{I_\mu} = \frac{381}{3{,}34} = 114{,}1\ \Omega \qquad (6)$$

ε_{Rcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{1800 \text{ W}}{100000 \text{ VA}} \cdot 100 = 1{,}8\% \qquad (7)$$

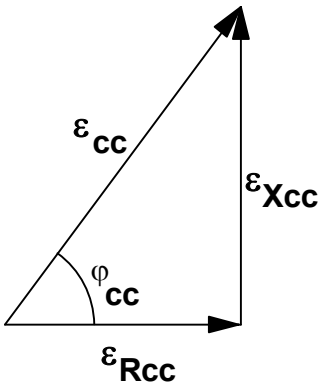


Fig. 3: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

En la Fig. 3 se muestra el triángulo de tensiones relativas de un transformador del cual se deduce que ε_{Xcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{8^2 - 1{,}8^2} = 7{,}8\% \qquad (8)$$

Este transformador tiene estos parámetros: $R_{Fe} = 362{,}9\ \Omega$, $X_{\mu} = 114{,}1\ \Omega$, $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}8\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}8\%$.

c)

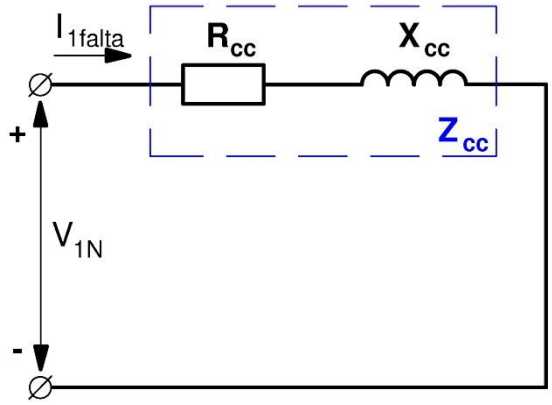


Fig. 4: Circuito equivalente de una fase del transformador durante la falta de cortocircuito

En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1NL}, aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_{0L} nunca supera el 8% de I_{1NL}, se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente de una fase del transformador durante el cortocircuito queda como se indica en la Fig. 4.

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito. En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

Las corrientes de cortocircuito de régimen permanente se pueden calcular aplicando la ley de Ohm al circuito de la Fig. 4 (ver la resolución el problema T.3.1) o mediante las siguientes expresiones:

$$I_{1\,faltaL} = I_{1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 87{,}5 \cdot \frac{100}{8} = 1094 \text{ A} \tag{9}$$

$$I_{2\,faltaL} = I_{2NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 231 \cdot \frac{100}{8} = 2888 \text{ A} \tag{10}$$

La corriente de choque de línea I_{1ChL} se calcula así (véase el problema T.3.3):

$$I_{1\,ChL} = \sqrt{2}\, I_{1faltaL}\left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] = \sqrt{2} \cdot 1094\left[1 + e^{-\pi \frac{1{,}8}{7{,}8}}\right] = 2296 \text{ A} \tag{11}$$

Como verificación de que este resultado es correcto se comprueba que se cumple que:

$$I_{1\,ChL} \le 2{,}5 \cdot I_{1faltaL} \Rightarrow 2296 \le 2{,}5 \cdot 1094 = 2735 \text{ A} \tag{12}$$

Las corrientes de línea que circulan por los devanados de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito son $I_{1faltaL} = 1094$ A e $I_{2faltaL} = 2888$ A. La corriente de choque de línea en este cortocircuito vale 2296 A.

d) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_{1L} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_2\right)\right] \tag{13}$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_{1L} = V_{1NL}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_2\right)\right] \tag{14}$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\begin{aligned} \varepsilon_C &= \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \\ &= \frac{V_{1NL} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \end{aligned} \tag{15}$$

(V_{20L} = Tensión secundaria en vacío = V_{2NL})

C es el índice de carga:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_{2L}}{I'_{2NL}} = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} = \frac{I_1}{I_{1N}} \tag{16}$$

En las expresiones (13) y (14) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

El enunciado indica que la carga consume 80 kVA. Como esta potencia está medida en kVA se trata de la potencia aparente S de la carga y, por lo tanto, el índice de carga C se puede calcular mediante el primer cociente que aparece en la expresión (16):

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{80\ \text{kVA}}{100\ \text{kVA}} = 0{,}8$$

El factor de potencia de la carga vale 0,6, luego:

$$\cos\varphi_2 = 0{,}6 \ \rightarrow\ \operatorname{sen}\varphi_2 = 0{,}8$$

Como esta carga es capacitiva, se usará el signo - en la expresión (14):

$$\varepsilon_C = 0{,}8\left[(1{,}8 \cdot 0{,}6) - (7{,}8 \cdot 0{,}8)\right] = -4{,}13\%$$

Obsérvese que en este caso la regulación es negativa. Esto significa que la tensión secundaria es mayor en carga que en vacío. Cuando se tienen cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria en carga aumente respecto a la de vacío. Este fenómeno se conoce como Efecto Ferranti.

Teniendo en cuenta la relación (15), se tiene que:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 \ \rightarrow\ V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_C}{100}\right) \qquad (17)$$

$$V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_C}{100}\right) = 250 \cdot \left(1 - \frac{-4{,}13}{100}\right) = 260{,}3\ \text{V}$$

La tensión de línea en el secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador suministra 80 kVA con factor de potencia 0,6 capacitivo es 260,3 V.

e) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \qquad (18)$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} = 1200\ W \qquad P_{cc} = P_{CuN} = 1800\ W \tag{19}$$

De (18) y (19) se deduce que:

$$P_2 = S \cos \varphi_2 = 80 \cdot 0{,}6 = 48\ kW = 48000\ W$$

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = 0{,}8^2 \cdot 1800 = 1152\ W$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{48000}{48000 + 1200 + 1152} = 0{,}953 = 95{,}3\%$$

El rendimiento de este transformador con esta carga es de 95,3%.

f)

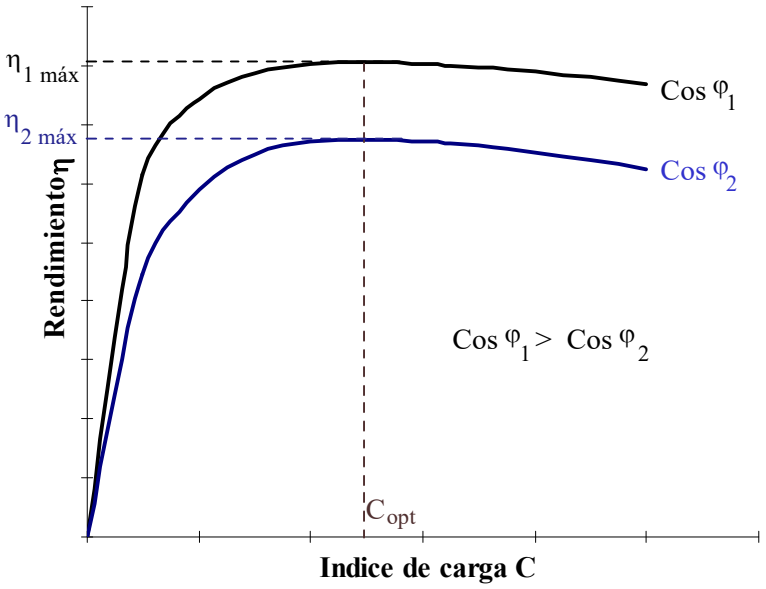


Fig. 5: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

En la Fig. 5 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (18). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \tag{20}$$

Luego, teniendo en cuenta (19), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \tag{21}$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta máx}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\ máx}}{S_N} \quad \rightarrow \quad S_{\eta\ máx} = C_{opt} \cdot S_N \tag{22}$$

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo se produce con el mismo índice de carga C_{opt}, en la Fig. 5 se puede apreciar que el rendimiento máximo $\eta_{máx}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor } \eta_{máx} \quad \rightarrow \quad \cos\varphi_2 = 1 \tag{23}$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (18) cuando en índice de carga es C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (20), (21) y (22), se tiene que:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \tag{24}$$

En las expresiones (16), (18), (21) y (24) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador, de (21) y (22) se obtiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{1200\ W}{1800\ W}} = 0{,}816$$

$$S_{\eta\ máx} = C_{opt} \cdot S_N = 0{,}816 \cdot 100\ kVA = 81{,}6\ kVA = 81600\ VA$$

Luego, de (24) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia unidad (el mayor de los rendimientos máximos) vale:

$$\eta_{máx} = \frac{S_{\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} = \frac{81600 \cdot 1}{81600 \cdot 1 + 2 \cdot 1200} = 0{,}9714$$

La potencia aparente de rendimiento máximo de este transformador es $S_{\eta máx}$ = 81,6 kVA y el mayor de los rendimientos máximos vale 97,14%.

PROBLEMA T.3.3

ENUNCIADO

Un transformador trifásico Dy11, 500 kVA, 15000/3000 V, 50 Hz, $\varepsilon_{cc} = 5{,}5\%$, $\cos \varphi_{cc} = 0{,}2$ tiene su máximo rendimiento para una potencia de 400 kVA.

a) Calcular los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}
b) Calcular las pérdidas en el cobre asignadas y las pérdidas en el hierro.
c) Si se produce un cortocircuito trifásico en bornes del secundario ¿cuál es la corriente de línea en régimen permanente en el primario? y ¿cuál es la corriente de choque de línea?
d) Calcular la tensión de línea con que hay que alimentar el primario para conseguir en el secundario la tensión asignada cuando hay una carga de 300 kW con un factor de potencia 0,8 inductivo.

RESULTADOS

a) $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}1\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}39\%$
b) $P_{CuN} = 5500$ W; $P_{Fe} = 3520$ W
c) $I_{1faltaL} = 350$ A; $I_{1ChL} = 755{,}6$ A
d) $V_{1L} = 15463$ V

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Para empezar es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario, tanto de línea como de fase.

* En este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el primario y el de Baja Tensión (B.T.) es el secundario.

* Los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden calcular a partir de ε_{cc} y $\cos \varphi_{cc}$ según se muestra en el triángulo de tensiones relativas de cortocircuito.

* Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc}.

* La potencia $P_{cuN} = P_{cc}$ se puede obtener a partir del parámetro ε_{Rcc} y de la potencia asignada S_N.

* Las pérdidas en el hierro P_{Fe} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de vacío P_0.

* La potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} se puede obtener sabiendo que el rendimiento máximo y, por tanto, el índice de carga óptimo C_{opt} se dan cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro).

* La corriente permanente de cortocircuito del primario $I_{1faltaL}$ se puede calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de Z_{cc} y la segunda utilizando ε_{cc}. Estas dos formas de cálculo se pueden utilizar indistintamente.

* La corriente de choque es el máximo valor de la corriente primaria durante el régimen transitorio de un cortocircuito trifásico en bornes del secundario cuando dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles.

  Para obtener la corriente de choque se emplea una expresión que la calcula en función del valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito y de las tensiones relativas de cortocircuito.

  Como comprobación se debe verificar que la corriente de choque no es superior a 2,5 veces el valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito.

* Si la tensión secundaria es la asignada, al reducirla al primario se obtiene la tensión asignada primaria.

* La caída de tensión con una carga dada se obtiene mediante una fórmula que la expresa en función de los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc}, el índice de carga y el factor de potencia. Como la carga es inductiva esta fórmula se utilizará con el signo +. Una vez conocida esta caída de tensión se puede calcular la tensión del primario V_{1L}.

* Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2. A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C.

Transformadores

T.3: Transformadores trifásicos

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.3.3

Datos:

Dy11	$S_N = 500$ kVA	$m_T = 15000/3000$ V	50 Hz
$\varepsilon_{cc} = 5{,}5\%$	$\cos\varphi_{cc} = 0{,}2$	$S_{\eta máx} = 400$ kVA	
apartado d):	300 kW	$\cos\varphi_2 = 0{,}8$ inductivo	

Resolución:

Al tratarse de un transformador con la conexión Dy y estar alimentado por el lado de alta tensión (A.T.), el primario está conectado en triángulo y el secundario en estrella. Por consiguiente, se cumplirá que:

$$\text{Primario (Triángulo):} \begin{cases} V_1 = V_{1L} \\ I_1 = \dfrac{I_{1L}}{\sqrt{3}} \end{cases} \qquad \text{Secundario (Estrella):} \begin{cases} V_2 = \dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}} \\ I_2 = I_{2L} \end{cases} \tag{1}$$

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{1L}}{\dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \sqrt{3} \cdot m_T$$

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario, tanto de fase como de línea. Teniendo en cuenta las relaciones (1) se llega a:

$$V_{1NL} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2NL} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{1NL}} = \frac{500000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 15000 \text{ V}} = 19{,}25 \text{ A}$$

$$I_{2NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{2NL}} = \frac{500000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 3000 \text{ V}} = 96{,}23 \text{ A}$$

$$V_{1N} = V_{1NL} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2N} = \frac{V_{2NL}}{\sqrt{3}} = \frac{3000}{\sqrt{3}} = 1732 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{I_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{19{,}25}{\sqrt{3}} = 11{,}11 \text{ A} \qquad I_{2N} = I_{2NL} = 96{,}23 \text{ A}$$

Cada fase de un transformador trifásico con carga equilibrada se comporta como un transformador monofásico con las tensiones y corrientes de fase y con la tercera parte de la potencia. Por lo tanto, el circuito equivalente aproximado de una fase de este transformador es el indicado en la Fig. 1 y la resolución de un transformador trifásico con carga equilibrada se realiza de la misma forma que para un transformador monofásico utilizando los valores de fase.

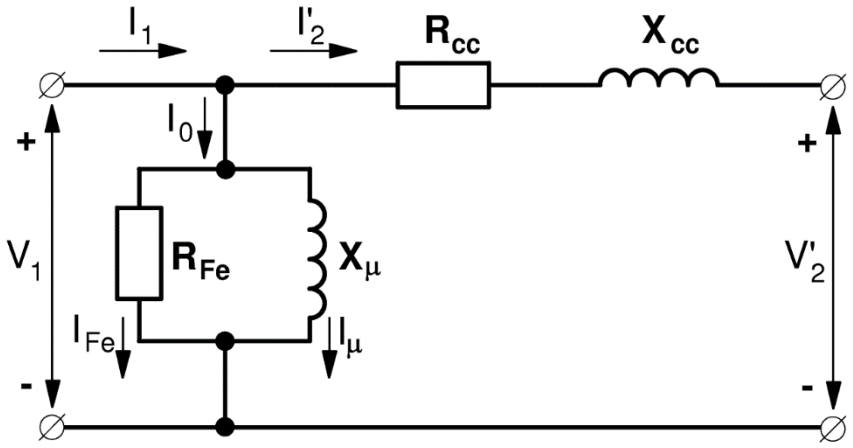


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de una fase de un transformador trifásico

a) En la Fig. 2 se muestra el triángulo de tensiones relativas de cortocircuito de un transformador del cual se deduce que el parámetro ε_{Rcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 5{,}5 \cdot 0{,}2 = 1{,}1\% \qquad (2)$$

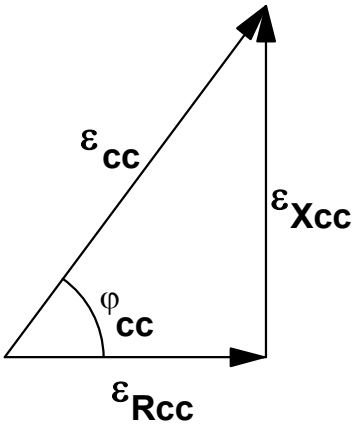


Fig. 2: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

De la Fig. 2 también se deduce que el parámetro ε_{Xcc} se puede calcular mediante una cualquiera de estas expresiones:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{5{,}5^2 - 1{,}1^2} = 5{,}39\% \qquad (3)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \text{sen}\, \varphi_{cc} = 5{,}5 \cdot 0{,}98 = 5{,}39\% \qquad (4)$$

$$(\cos \varphi_{cc} = 0{,}2 \rightarrow \text{sen}\, \varphi_{cc} = 0{,}98)$$

Este transformador tiene estas tensiones relativas de cortocircuito: $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}1\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}39\%$.

b) La potencia de pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} tiene el mismo valor que la potencia P_{cc} medida en el ensayo de cortocircuito a la intensidad asignada y la potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} es igual a la potencia P_0 medida en el ensayo de vacío.

P_{CuN} se puede obtener a partir del parámetro ε_{Rcc} y de la potencia asignada S_N:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad P_{cc} = S_N \cdot \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \tag{5}$$

$$P_{CuN} = P_{cc} = S_N \cdot \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} = 500000 \cdot \frac{1{,}1}{100} = 5500 \text{ W}$$

Cuando un transformador trabaja con el rendimiento máximo su potencia aparente es $S_{\eta máx}$ y el índice de carga es C_{opt}. Según el enunciado $S_{\eta máx}$ vale 400 kVA, luego:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\ máx}}{S_N} = \frac{400 \text{ kVA}}{500 \text{ kVA}} = 0{,}8$$

Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \quad \rightarrow \quad P_v = P_f \quad \rightarrow \quad P_{Cu} = P_{Fe} \quad \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \tag{6}$$

$$P_{Fe} = P_0 = C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = 0{,}8^2 \cdot 5500 = 3520 \text{ W}$$

<u>En este transformador las pérdidas en el cobre asignadas valen P_{CuN} = 5500 W y las pérdidas en el hierro son P_{Fe} = 3520 W.</u>

c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el devanado primario conectado a su tensión asignada V_{1NL}, aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada.

La corriente del primario durante el régimen permanente de un cortocircuito se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$I_{1\ faltaL} = I_{1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 19{,}25 \cdot \frac{100}{5{,}5} = 350 \text{ A} \tag{7a}$$

Aunque el enunciado no lo pide, el cálculo de la corriente secundaria durante el régimen permanente de un cortocircuito se puede efectuar de una manera similar a la corriente primaria:

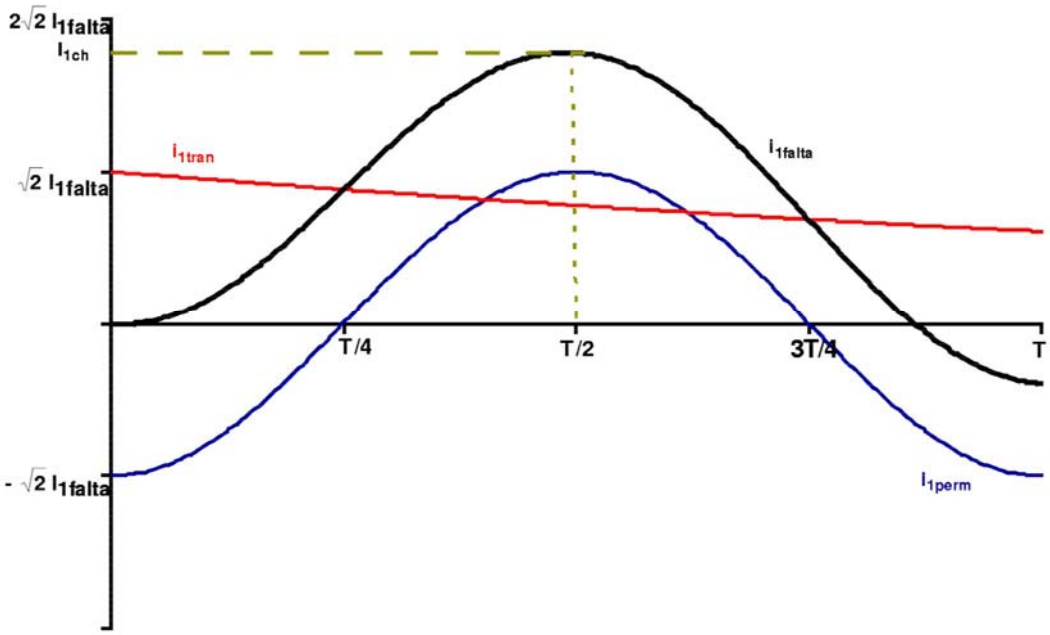


Fig. 3: Evolución de la corriente de cortocircuito de un transformador en el caso más desfavorable y corriente de choque

$$I_{2\,faltaL} = I_{2NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 96{,}23 \cdot \frac{100}{5{,}5} = 1750\ A \qquad (7b)$$

En la Fig. 3 se muestra la evolución temporal de la corriente de una fase del primario durante el régimen transitorio de un cortocircuito en bornes del secundario, si dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles. El valor (absoluto) máximo de esta corriente es la corriente de choque de fase I_{1Ch}.

Si el devanado primario está en estrella, la corriente de choque de línea I_{1ChL} es igual a la corriente de choque de fase I_{1Ch} y si está en triángulo la corriente I_{1ChL} es igual a $\sqrt{3}$ veces la corriente I_{1Ch}. De todo lo anterior se deduce que:

$$\frac{I_{1ChL}}{I_{1Ch}} = \frac{I_{1faltaL}}{I_{1falta}} = \frac{I_{1NL}}{I_{1N}} \qquad (8)$$

Dado que la corriente de choque de fase se calcula mediante esta expresión (ver el problema T.2.1):

$$I_{1\,Ch} = \sqrt{2}\, I_{1falta} \left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}} \right] \qquad (9)$$

Se deduce que, si se combinan estas dos últimas expresiones ((8) y (9)), la corriente de choque de línea se puede calcular mediante esta fórmula:

$$I_{1\,ChL} = \sqrt{2}\, I_{1faltaL} \left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}} \right] \qquad (10)$$

Luego, para el transformador que se está analizando, mediante la expresión (10) se obtiene que:

$$I_{1\,ChL} = \sqrt{2} \cdot 350 \left[1 + e^{-\pi \frac{1{,}1}{5{,}39}} \right] = 755{,}6 \text{ A}$$

Como verificación de que este resultado es correcto se comprueba que se cumple que:

$$I_{1\,ChL} \leq 2{,}5 \cdot I_{1faltaL} \quad \Rightarrow \quad 755{,}6 \leq 2{,}5 \cdot 350 = 875 \text{ A}$$

Las corrientes de línea que circulan por el devanado primario de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito es $I_{1faltaL} = 350$ A. La corriente de choque de línea en este cortocircuito vale 755,6 A.

d) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_{1L} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C\left[(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2)\right] \qquad (11)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_{1L} = V_{1NL}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\,\varphi_2)\right] \qquad (12)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\begin{aligned} \varepsilon_C &= \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \\ &= \frac{V_{1NL} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \end{aligned} \qquad (13)$$

(V_{20L} = Tensión secundaria en vacío = V_{2NL})

y C es el índice de carga:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_{2L}}{I'_{2NL}} = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} = \frac{I_1}{I_{1N}} \qquad (14)$$

En las expresiones (11) y (12) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En este caso el transformador **no** está alimentado con la tensión asignada por el primario, luego no se empleará la expresión (12) sino la (11).

El enunciado indica que la carga consume 300 kW. Como esta potencia está medida en kW se trata de la potencia activa P_2 suministrada a la carga y, por lo tanto, el índice de carga C se puede calcular así:

$$S = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} = \frac{300}{0{,}8} = 375 \text{ kVA} \tag{15}$$

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{375 \text{ kVA}}{500 \text{ kVA}} = 0{,}75 \tag{16}$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos \varphi_2 = 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \text{sen } \varphi_2 = 0{,}6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (11):

$$\frac{V_{1L} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = 0{,}75 \left[(1{,}1 \cdot 0{,}8) + (5{,}39 \cdot 0{,}8)\right] = 3{,}09\%$$

En este caso la tensión secundaria es la asignada; luego, reduciendo al primario:

$$V_{2L} = V_{2NL} \quad \rightarrow \quad V'_{2L} = m_T \cdot V_{2L} = m_T \cdot V_{2NL} = V_{1NL} \tag{17}$$

$$V'_{2L} = V_{1NL} = 15000 \text{ V}$$

Por lo tanto:

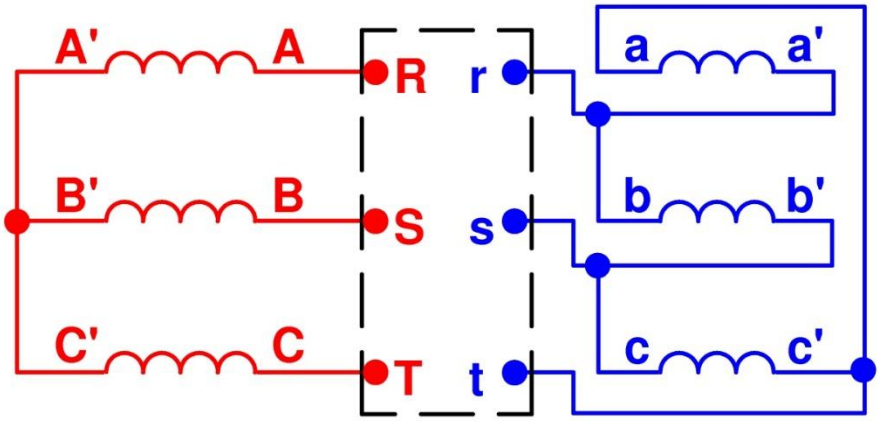
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{V_{1L} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = 3{,}09 \\ V'_{2L} = V_{1NL} = 15000 \text{ V} \end{array}\right\} \; V_{1L} = 15000 \left(1 + \frac{3{,}09}{100}\right) = 15463 \text{ V}$$

La tensión de línea con que hay que alimentar el primario de este transformador para obtener la tensión asignada en el secundario con una carga de 300 kW y factor de potencia 0,8 inductivo es V_{1L} = 15463 Voltios.

PROBLEMA T.3.4

ENUNCIADO

En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de alta tensión (A.T.)).

RESULTADOS

a) 5
b) Yd5
c) $m = \frac{m_T}{\sqrt{3}}$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de alta tensión (A.T.). Como está conectado en estrella sus tensiones de fase son las tensiones fase-neutro de la red de A.T.

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de baja tensión (B.T.). Como está conectado en triángulo sus tensiones de fase son las tensiones de línea de la red de B.T. Tenga en cuenta que las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ están en fase, respectivamente, con $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$. También hay que tener en cuenta la forma como están hechas las conexiones.

* Dibuje ahora superpuestos los diagramas fasoriales de los lados de A.T. y de B.T. de forma que sus centros coincidan. En este diagrama fasorial conjunto identifique las tensiones fase-neutro homólogas V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. El ángulo de desfase entre estas tensiones (medido en el sentido horario desde la tensión de A.T. a la de B.T.) dividido entre 30° es el índice horario del transformador.

* La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número. La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

* La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>línea</u> del primario y del secundario, mientras que la relación de transformación m se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>fase</u> del primario y del secundario del transformador.

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.3.4

Datos:

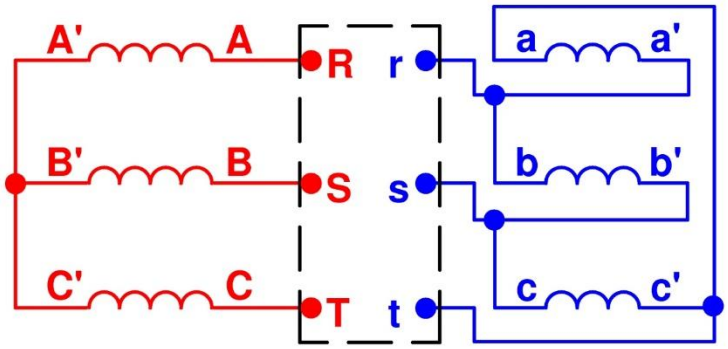


Fig. 1: Esquema de conexiones del transformador

Resolución:

a) Recuérdese que la designación normalizada de los terminales de un transformador trifásico es así:

* Se denominan con letras mayúsculas (A, B, C, A', B', C') los terminales del devanado de alta tensión (A.T.) y con minúsculas (a, b, c, a', b', c') los del de baja tensión (B.T.).
* Los dos extremos de la misma fase están designados con la misma letra, aunque en uno de ellos dicha letra llevará apóstrofe (a y a', A y A', b y b', ...).
* Una fase del primario y otra del secundario bobinadas sobre la misma columna del circuito magnético del transformador tienen sus tensiones prácticamente en fase y la designación de sus terminales son con las mismas letras (en mayúsculas en el lado A.T. y en minúsculas en el lado de B.T.). De esta forma las tensiones $V_{AA'}$ y $V_{aa'}$ están en fase y lo mismo sucede con $V_{BB'}$ y $V_{bb'}$ y con $V_{CC'}$ y $V_{cc'}$.

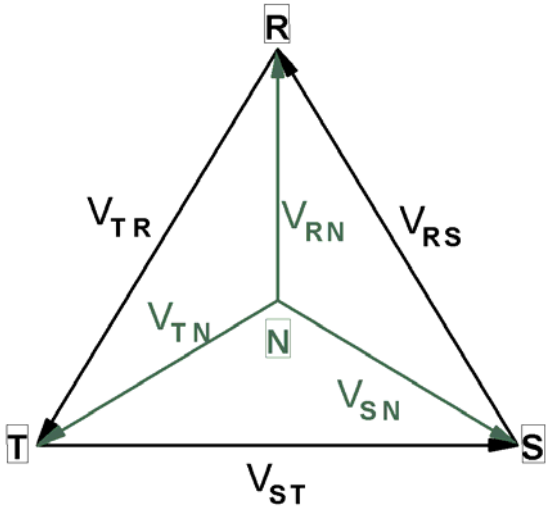


Fig. 2: Diagrama fasorial de tensiones de un sistema trifásico equilibrado

Transformadores

T.3: Transformadores trifásicos

Es sabido que en un sistema trifásico las tensiones de línea forman un triángulo equilátero, cuyos vértices se corresponden con las tres fases de la red (Fig. 2). El centro de este triángulo representa el neutro. De esta forma las tensiones fase-neutro van desde el centro de este triángulo hasta sus vértices (Fig. 2).

En el caso del transformador que nos ocupa, el devanado de A.T. está conectado en estrella, por lo que las tensiones de fase son iguales las tensiones fase-neutro de la red a la que está conectado. Tal como están realizadas las conexiones del transformador (Fig. 1) se tiene que los terminales A', B' y C' están a la tensión del neutro de la red de A.T. y los terminales A, B y C están conectados a las fases de esta red. Por lo tanto, de la Fig. 2 se deduce el diagrama fasorial del bobinado de A.T. representado en la Fig. 3a.

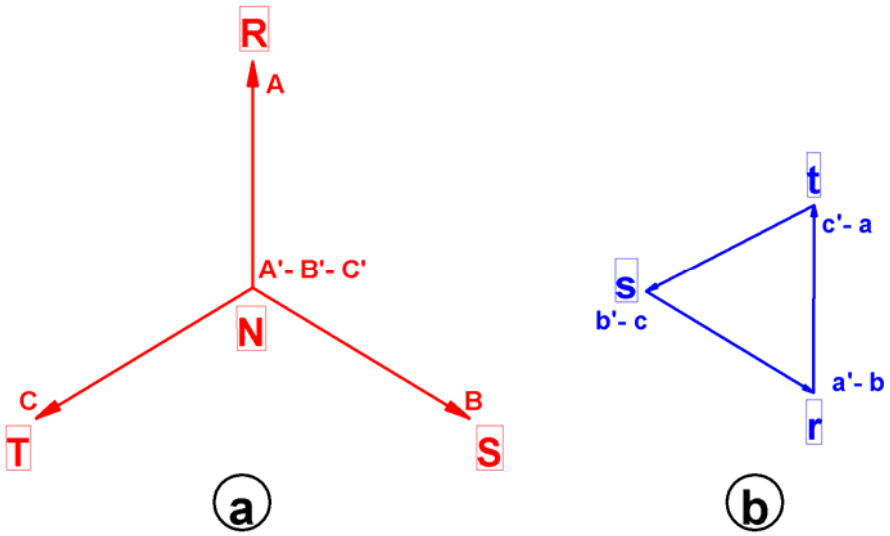


Fig. 3: Diagramas fasoriales de los devanados de A.T. (a) y de B.T. (b) del transformador

A continuación, se dibuja el diagrama fasorial del arrollamiento de B.T. teniendo en cuenta que las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ están en fase, respectivamente, con $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$ y que, dada la conexión triángulo de este devanado, estas tensiones son de línea y forman, por lo tanto, un triángulo equilátero. Además, según se aprecia en la Fig. 1, los terminales a y c' están a igual tensión y lo mismo sucede con los terminales b y a' y con c y b'. También se tiene que, según la Fig. 1, las fases r, s y t de la red del lado de B.T. se corresponden, respectivamente, con los terminales a', b' y c' del transformador. Con todo ello se obtiene el diagrama fasorial del bobinado de B.T. representado en la Fig. 3b.

Si se dibujan superpuestos los diagramas fasoriales del devanado de A.T. (Fig. 3a) y del devanado de B.T. (Fig. 3b) de forma que los centros de ambos diagramas coincidan se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 4.

Teniendo en cuenta que la tensión fase-neutro V_{rn} del lado de B.T. es igual a la tensión entre el terminal a' (a la tensión de la fase r de la red) y el neutro de la red de B.T. (centro del triángulo de tensiones de línea del lado de B.T.), se observa en la Fig. 4 que el desfase entre las tensiones homólogas fase-neutro V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. (ángulo de desfase medido desde la tensión de A.T. a la de B.T. siguiendo el sentido de las agujas del reloj) es de 150°. Dividiendo este ángulo entre 30°, se obtiene que el índice horario de este transformador es 5.

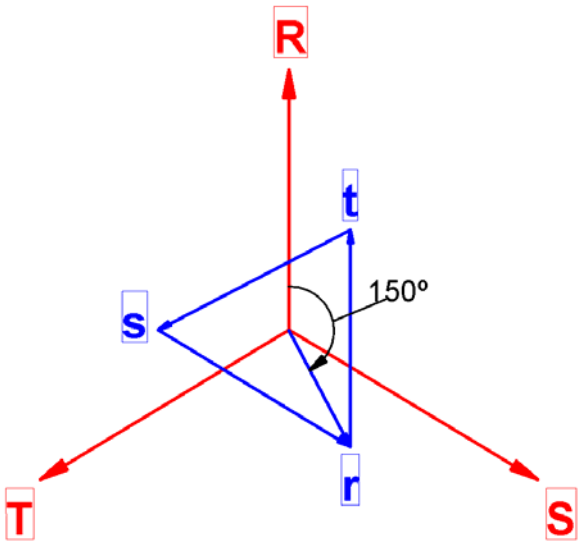


Fig. 4: Diagrama fasorial conjunto de ambos devanados del transformador

Otra forma de obtener el índice horario a partir de la Fig. 4 es asimilar los fasores que representan a las tensiones V_{RN} y V_{rn} como las agujas de un reloj. La aguja larga es la correspondiente a la tensión de A.T. y la corta es la que se corresponde con la tensión de B.T. La hora que indican entonces estas agujas es el índice horario del transformador.

El índice horario de este transformador es 5.

b) La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número (por ejemplo: Yy0, Dy11, Dd6, ...). La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

Las letras que representan la forma de conexión son:

Estrella:	Y	y
Triángulo:	D	d
Zig-zag:	Z	z

En este caso el devanado de A.T. está conectado en estrella, el de B.T. en triángulo y el índice horario es 5. Luego, la designación normalizada de este transformador es Yd5.

La designación normalizada de la forma de conexión de este transformador es Yd5.

c) La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de línea del primario V_{1L} y del secundario V_{2L}, mientras que la relación de transformación m se obtiene por cociente entre las tensiones de fase del primario V_1 y del secundario V_2; es decir, por cociente entre el número de espiras del primario N_1 y del secundario N_2 del transformador.

Al tratarse de un transformador con la conexión Yd y estar alimentado por el lado de A.T., el primario está conectado en estrella y el secundario en triángulo. Por consiguiente, se cumplirá que:

Primario (Estrella): $V_{1L} = \sqrt{3} \cdot V_1$ Secundario (Triángulo): $V_2 = V_{2L}$

Luego, se tiene que:

$$m_T = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \frac{\sqrt{3}\, V_1}{V_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot m$$

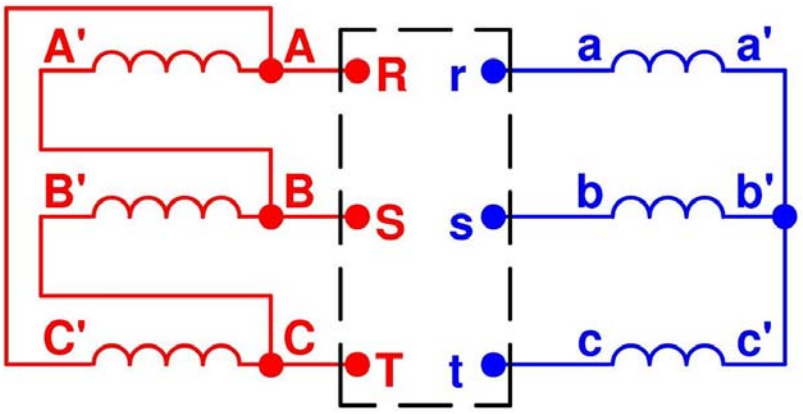
$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m_T$$

La relación de transformación *m* de este transformador se obtiene dividiendo la relación de transformación de tensiones m_T entre $\sqrt{3}$.

PROBLEMA T.3.5

ENUNCIADO

En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de alta tensión (A.T.)).

RESULTADOS

a) 11
b) Dy11
c) $m = \sqrt{3} \cdot m_T$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de alta tensión (A.T.). Como está conectado en triángulo sus tensiones de fase son las tensiones de línea de la red de A.T.

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de baja tensión (B.T.). Como está conectado en estrella sus tensiones de fase son las tensiones fase-neutro de la red de B.T. Tenga en cuenta que las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ están en fase, respectivamente, con $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$. También hay que tener en cuenta la forma como están hechas las conexiones.

* Dibuje ahora superpuestos los diagramas fasoriales de los lados de A.T. y de B.T. de forma que sus centros coincidan. En este diagrama fasorial conjunto identifique las tensiones fase-neutro homólogas V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. El ángulo de desfase entre estas tensiones (medido en el sentido horario desde la tensión de A.T. a la de B.T.) dividido entre 30° es el índice horario del transformador.

* La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número. La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

* La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>línea</u> del primario y del secundario, mientras que la relación de transformación *m* se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>fase</u> del primario y del secundario del transformador.

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.3.5

Datos:

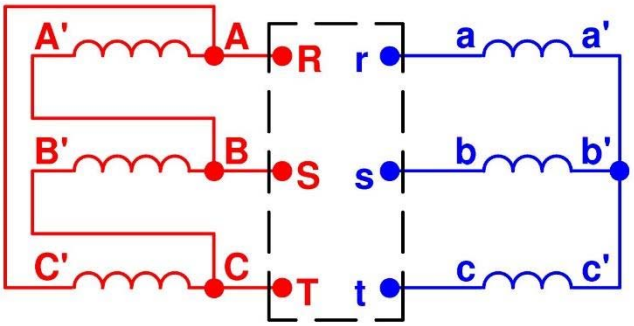


Fig. 1: Esquema de conexiones del transformador

Resolución:

a) Como se indicó para el problema T.3.4, el procedimiento para obtener el índice horario de un transformador trifásico es como sigue.

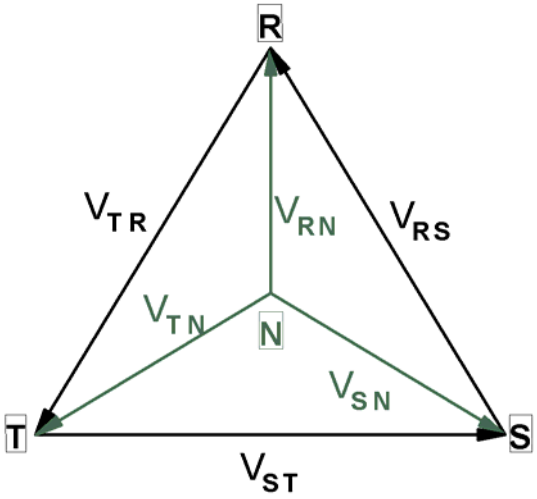


Fig. 2: Diagrama fasorial de tensiones de un sistema trifásico equilibrado

Es sabido que en un sistema trifásico las tensiones de línea forman un triángulo equilátero, cuyos vértices se corresponden con las tres fases de la red (Fig. 2). El centro de este triángulo representa el neutro. De esta forma las tensiones fase-neutro van desde el centro de este triángulo hasta sus vértices (Fig. 2).

En el caso del transformador que nos ocupa, el devanado de A.T. está conectado en triángulo, por lo que las tensiones de fase son iguales las tensiones de línea de la red a la que está conectado. Tal como están realizadas las conexiones del transformador (Fig. 1) se tiene que los terminales A y C' están a la tensión de la fase R de la red de A.T., los terminales B y A' están a la tensión de la fase S y los terminales C y B' están a la tensión de la fase T. Por lo tanto, de la Fig. 2 se deduce el diagrama fasorial del bobinado de A.T. representado en la Fig. 3a.

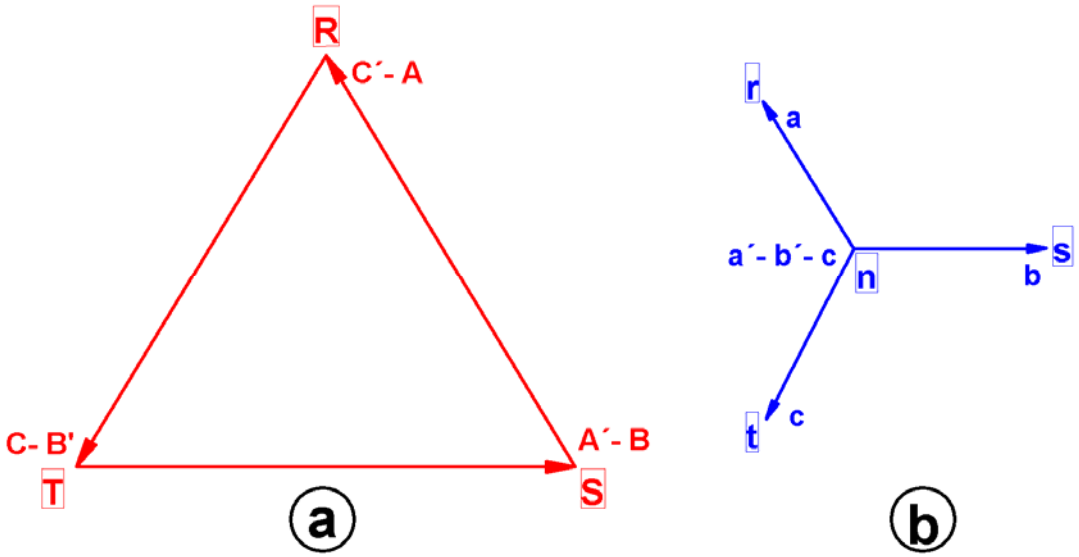


Fig. 3: Diagramas fasoriales de los devanados de A.T. (a) y de B.T. (b) del transformador

A continuación, se dibuja el diagrama fasorial del arrollamiento de B.T. teniendo en cuenta que las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ están en fase, respectivamente, con $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$ y que, dada la conexión estrella de este devanado, estas tensiones son las de fase-neutro de la red de B.T. Además, según se aprecia en la Fig. 1, los terminales a´, b´ y c´ están a la tensión del neutro de la red de B.T. y los terminales a, b y c están conectados a las tres fases (r, s y t) de esta red. Con todo ello se obtiene el diagrama fasorial del bobinado de B.T. representado en la Fig. 3b.

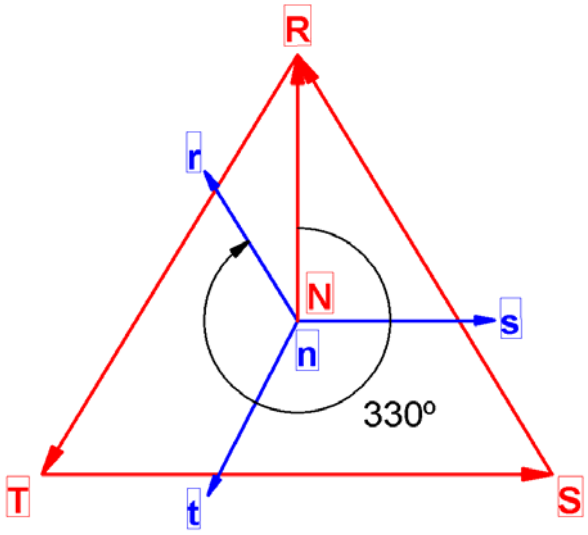


Fig. 4: Diagrama fasorial conjunto de ambos devanados del transformador

Si se dibujan superpuestos los diagramas fasoriales del devanado de A.T. (Fig. 3a) y del devanado de B.T. (Fig. 3b) de forma que los centros de ambos diagramas coincidan se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 4.

Teniendo en cuenta que la tensión fase-neutro V_{RN} del lado de A.T. es igual a la tensión entre el terminal A (a la tensión de la fase R de la red) y el neutro de la red de A.T. (centro del triángulo de tensiones de línea del lado de A.T.), se observa en la Fig. 4 que el desfase entre las tensiones homólogas fase-neutro V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. (ángulo de desfase medido desde la tensión de A.T. a la de B.T. siguiendo el sentido de las agujas del reloj) es de 330°. Dividiendo este ángulo entre 30°, se obtiene que el índice horario de este transformador es 11.

Otra forma de obtener el índice horario a partir de la Fig. 4 es asimilar los fasores que representan a las tensiones V_{RN} y V_{rn} como las agujas de un reloj. La aguja larga es la correspondiente a la tensión de A.T. y la corta es la que se corresponde con la tensión de B.T. La hora que indican entonces estas agujas es el índice horario del transformador.

El índice horario de este transformador es 11.

b) La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número (por ejemplo: Yy0, Dy11, Dd6, ...). La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

Las letras que representan la forma de conexión son:

Estrella:	Y y
Triángulo:	D d
Zig-zag:	Z z

En este caso el devanado de A.T. está conectado en triángulo, el de B.T. en estrella y el índice horario es 11. Luego, la designación normalizada de este transformador es Dy11.

La designación normalizada de la forma de conexión de este transformador es Dy11.

c) La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de línea del primario V_{1L} y del secundario V_{2L}, mientras que la relación de transformación m se obtiene por cociente entre las tensiones de fase del primario V_1 y del secundario V_2; es decir, por cociente entre el número de espiras del primario N_1 y del secundario N_2 del transformador.

Al tratarse de un transformador con la conexión Dy y estar alimentado por el lado de A.T., el primario está conectado en triángulo y el secundario en estrella. Por consiguiente, se cumplirá que:

$$\text{Primario (Triángulo): } V_{1L} = V_1 \qquad \text{Secundario (Estrella): } V_{2L} = \sqrt{3}\, V_2$$

Luego, se tiene que:

$$m_T = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \frac{V_1}{\sqrt{3}\,V_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m$$

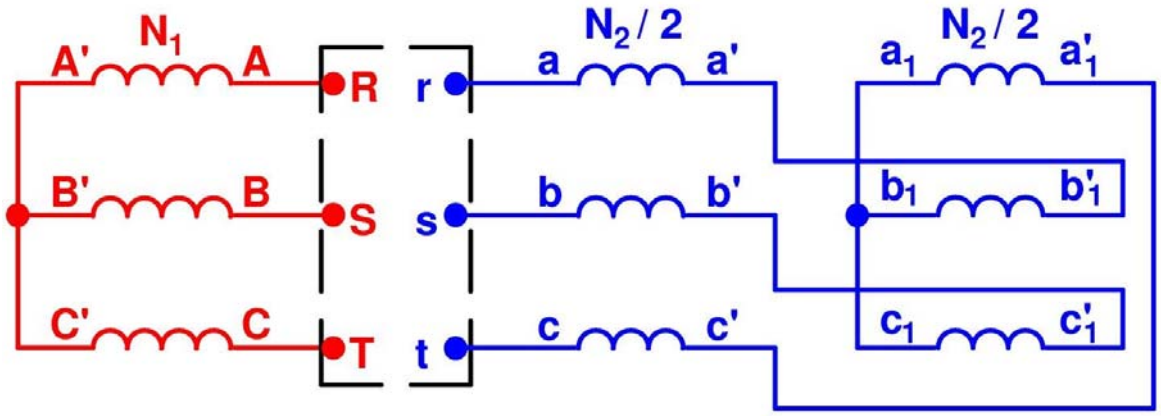
$$m = \sqrt{3} \cdot m_T$$

La relación de transformación *m* de este transformador se obtiene multiplicando la relación de transformación de tensiones m_T por $\sqrt{3}$.

PROBLEMA T.3.6

ENUNCIADO

En el transformador trifásico de la figura adjunta:



a) Determine el índice horario.

b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.

c) Calcule el cociente entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de alta tensión (A.T.)).

RESULTADOS

a) 11

b) Yz11

c) $m = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m_T$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de alta tensión (A.T.). Como está conectado en estrella sus tensiones de fase son las tensiones fase-neutro de la red de A.T.

* El devanado de baja tensión (B.T.). está conectado en zig-zag. Por lo tanto, cada fase consta de dos semidevanados iguales.

* Dibuje el diagrama fasorial del devanado de B.T. teniendo en cuenta como están realizadas sus conexiones y que las tensiones $V_{aa'}$ y $V_{a_1a'_1}$ están en fase entre sí y con $V_{AA'}$; análogamente sucede con las tensiones $V_{bb'}$, $V_{b_1b'_1}$ y $V_{BB'}$ y con las tensiones $V_{cc'}$, $V_{c_1c'_1}$ y $V_{CC'}$.

* Dibuje ahora superpuestos los diagramas fasoriales de los lados de A.T. y de B.T. de forma que sus centros coincidan. En este diagrama fasorial conjunto identifique las tensiones fase-neutro homólogas V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. El ángulo de desfase entre estas tensiones (medido en el sentido horario desde la tensión de A.T. a la de B.T.) dividido entre 30º es el índice horario del transformador.

* La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número. La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

* La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>línea</u> del primario y del secundario, mientras que la relación de transformación m se obtiene por cociente entre las tensiones de <u>fase</u> del primario y del secundario; es decir, por cociente entre el número de espiras del primario y del secundario del transformador.

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.3.6

Datos:

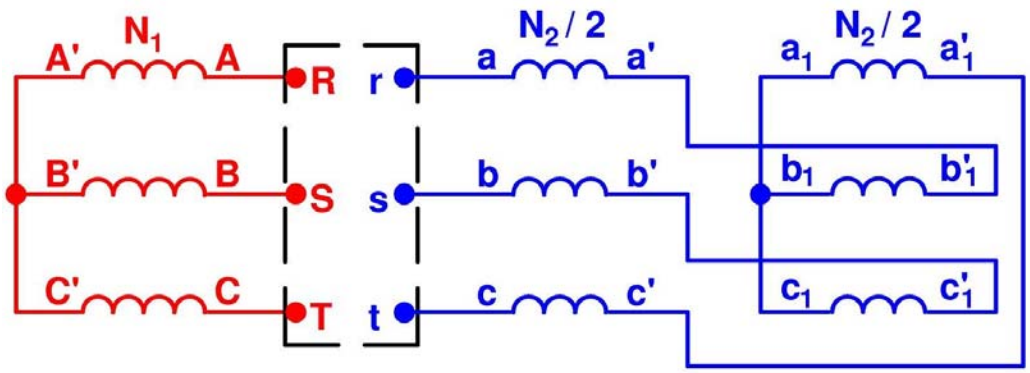


Fig. 1: Esquema de conexiones del transformador

Resolución:

a) Como se indicó para el problema T.3.4, el procedimiento para obtener el índice horario de un transformador trifásico es como sigue.

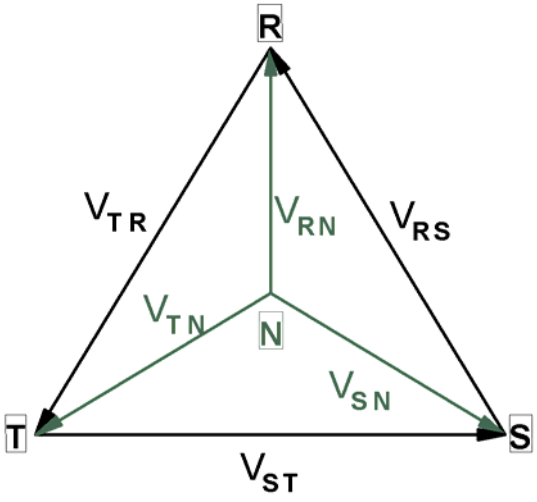


Fig. 2: Diagrama fasorial de tensiones de un sistema trifásico equilibrado

Es sabido que en un sistema trifásico las tensiones de línea forman un triángulo equilátero, cuyos vértices se corresponden con las tres fases de la red (Fig. 2). El centro de este triángulo representa el neutro. De esta forma las tensiones fase-neutro van desde el centro de este triángulo hasta sus vértices (Fig. 2).

En el caso del transformador que nos ocupa, el devanado de A.T. está en estrella, por lo que las tensiones de fase son iguales las tensiones fase-neutro de la red a la que está conectado. Tal como están realizadas las conexiones del transformador (Fig. 1) se tiene que los terminales A', B' y C' están a la tensión del neutro de la red de A.T. y los terminales A, B y C están conectados a las fases de esta red. Por lo tanto, de las Figs. 1 y 2 se deduce el diagrama fasorial del bobinado de A.T. representado en la Fig. 3a.

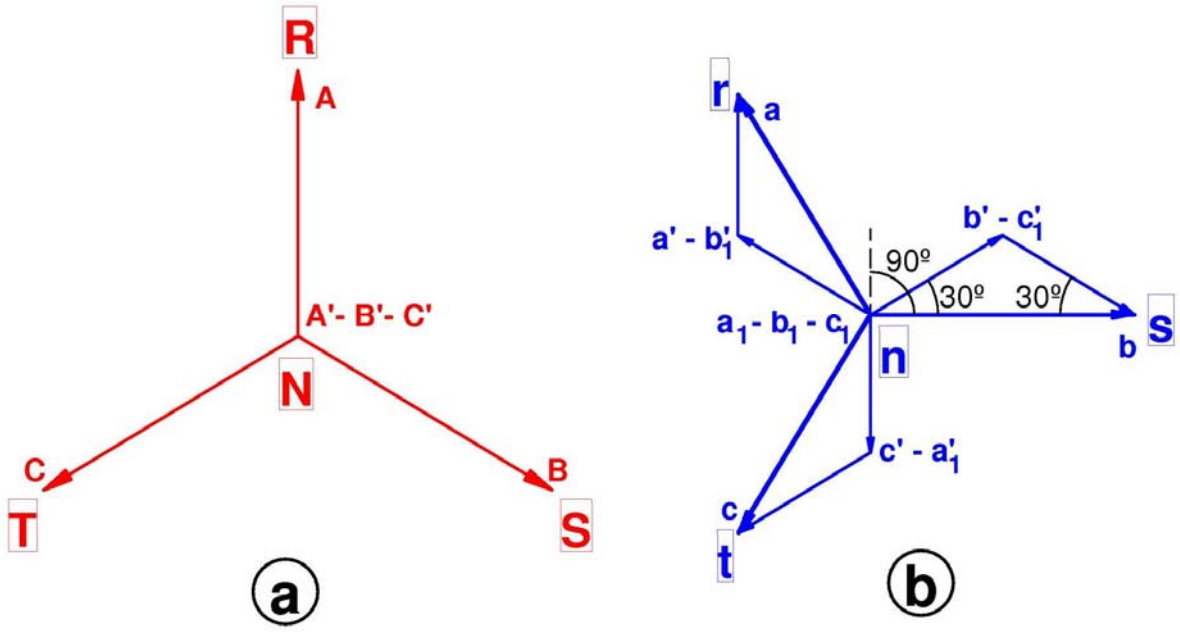


Fig. 3: Diagramas fasoriales de los devanados de A.T. (a) y de B.T. (b) del transformador

A continuación, se dibuja el diagrama fasorial del arrollamiento de B.T. Este devanado está conectado en zig-zag con lo que cada fase tiene dos semidevanados, tal como se puede apreciar en la Fig. 1. En este tipo de devanado se tiene que las tensiones $V_{aa'}$ y $V_{a_1a'_1}$ están en fase entre sí y con $V_{AA'}$; análogamente sucede con las tensiones $V_{bb'}$, $V_{b_1b'_1}$ y $V_{BB'}$y con las tensiones $V_{cc'}$, $V_{c_1c'_1}$ y $V_{CC'}$. Este diagrama se comienza a dibujar partiendo de su centro, que se corresponde con la tensión del neutro; es decir, con la tensión de los terminales a1, b1 y c1. A partir del centro se dibujan las tensiones $V_{a'_1a_1}$, $V_{b'_1b_1}$ y $V_{c'_1c_1}$ que son paralelas y de sentidos opuestos a $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$, respectivamente. A continuación, se dibujan las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ que son paralelas y de iguales sentidos a $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$, respectivamente. Para ello se tiene en cuenta que los terminales a' y b'_1 están conectados entre sí, por lo que se encuentran a igual tensión, y lo mismo sucede con los terminales b' y c'_1 y con c´ y a'_1.

Según se aprecia en las Figs. 1 y 3b, las tensiones fase-neutro del devanado de B.T. son V_{aa_1}, V_{bb_1} y V_{cc_1}, las cuáles se corresponden con las tensiones V_{rn}, V_{sn} y V_{tn}, respectivamente. En la Fig. 1 se comprueba que la tensión V_{sn} forma un ángulo recto con respecto a la vertical. Dado que el desfase entre dos tensiones fase-neutro consecutivas es de 120º, se obtiene que la tensión V_{rn} forma un ángulo de –30º con respecto a la vertical.

Si se dibujan superpuestos los diagramas fasoriales del devanado de A.T. (Fig. 3a) y del devanado de B.T. (Fig. 3b) de forma que los centros de ambos diagramas coincidan se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 4.

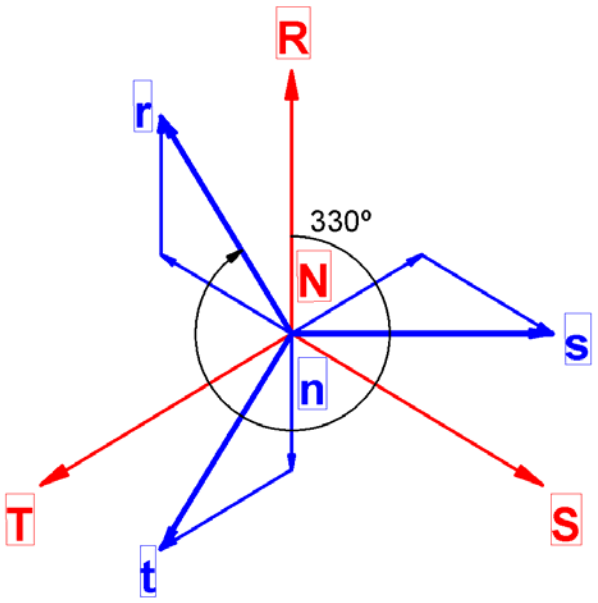


Fig. 4: Diagrama fasorial conjunto de ambos devanados del transformador

Se observa en la Fig. 4 que el desfase entre las tensiones homólogas fase-neutro V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. (ángulo de desfase medido desde la tensión de A.T. a la de B.T. siguiendo el sentido de las agujas del reloj) es de 330º (igual a – 30º). Dividiendo este ángulo entre 30º, se obtiene que el índice horario de este transformador es 11.

Otra forma de obtener el índice horario a partir de la Fig. 4 es asimilar los fasores que representan a las tensiones V_{RN} y V_{rn} como las agujas de un reloj. La aguja larga es la correspondiente a la tensión de A.T. y la corta es la que se corresponde con la tensión de B.T. La hora que indican entonces estas agujas es el índice horario del transformador.

El índice horario de este transformador es 11.

b) La designación normalizada de la forma de conexión de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número (por ejemplo: Yy0, Dy11, Dd6, ...). La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del devanado de A.T., la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión del bobinado de B.T. y el número indica el índice horario.

Las letras que representan la forma de conexión son:

Estrella:	Y	y
Triángulo:	D	d
Zig-zag:	Z	z

En este caso el devanado de A.T. está conectado en triángulo, el de B.T. en estrella y el índice horario es 11. Luego, la designación normalizada de este transformador es Yz11.

La designación normalizada de la forma de conexión de este transformador es Yz11.

c) La relación de transformación de tensiones m_T se obtiene por cociente entre las tensiones de línea del primario V_{1L} y del secundario V_{2L}, mientras que la relación de transformación m se obtiene por cociente entre las tensiones de fase del primario V_1 y del secundario V_2; es decir, por cociente entre el número de espiras del primario N_1 y del secundario N_2 del transformador.

Al tratarse de un transformador con la conexión Yz y estar alimentado por el lado de A.T., el primario está conectado en estrella y el secundario en zig-zag.

Así pues, en el primario se tiene que:

$$\text{Primario (Estrella):}\quad V_1 = \frac{V_{1L}}{\sqrt{3}} \;\rightarrow\; V_{1L} = \sqrt{3}\cdot V_1$$

Según se observa en la Fig. 3b, el triángulo b_1-b'-b es isósceles. El ángulo obtuso es de 120º y, por ser isósceles, los otros dos ángulos son iguales. Como los tres ángulos de un triángulo suman 180º, resulta que los ángulos agudos deben medir 30º. En consecuencia, se cumple que:

$$V_{sn} = V_{bb_1} = 2\cdot V_{b'b_1}\cdot \cos 30^\circ = 2\cdot V_{b'b_1}\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cdot V_{b'b_1}$$

Evidentemente la tensión de línea en el secundario vale:

$$V_{2L} = \sqrt{3}\cdot V_{sn} = 3\cdot V_{b'b_1}$$

Luego, se tiene que:

$$m_T = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \frac{\sqrt{3}\;V_1}{3\;V_{b'b_1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{N_1}{\frac{N_2}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{N_1}{N_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot m$$

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot m_T$$

La relación de transformación m de este transformador se obtiene multiplicando la relación de transformación de tensiones m_T por $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

PROBLEMA T.4.1

ENUNCIADO

Un transformador monofásico de 1500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en un ensayo de cortocircuito:

207 V 460 A 31740 W

a) Calcular los parámetros ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.

b) Este transformador se acopla en paralelo con otro de igual relación de transformación, 1000 kVA y tensión relativa de cortocircuito $\varepsilon_{cc} = 8\%$. ¿Cuál de los dos es el más cargado (el más "duro")?

c) Calcular como se reparte entre ambos una carga de 2000 kW con factor de potencia 0,9 inductivo. ¿Queda alguno de ellos sobrecargado?

d) ¿Cuál será la máxima potencia aparente que el conjunto de estos dos transformadores en paralelo puede proporcionar sin sobrecargar ninguno de ellos?

e) Si se produce un cortocircuito trifásico en el secundario del conjunto de los dos transformadores en paralelo cuando la red primaria suministra su tensión asignada, ¿cuál será la corriente de cortocircuito que el conjunto de estos dos transformadores demanda en régimen permanente por el primario?

RESULTADOS

a) $\varepsilon_{cc} = 7{,}5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}5\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}07\%$

b) El más cargado es el transformador A.

c) $S_A = 1367$ kVA; $S_B = 855$ kVA; No se sobrecarga ninguno de los dos transformadores.

d) $S_{TN} = 2438$ kVA

e) $I_{T1\,falta} = 2167$ A

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Al empezar a analizar un transformador es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.

* Para averiguar por qué lado se ha realizado el ensayo de cortocircuito tenga en cuenta que este ensayo se efectúa con una intensidad igual o parecida a la asignada del devanado por el que se alimenta el transformador durante el ensayo.

* A partir de los datos del ensayo de cortocircuito que proporciona el enunciado calcule los correspondientes a un ensayo realizado alimentando el transformador por el primario y a la corriente asignada.

Para ello reduzca los datos al primario, si el ensayo se ha efectuado en el secundario, y tenga en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia al cuadrado de la corriente.

Transformadores
T.4: Conexión en paralelo

* Los parámetros ε_{cc} y ε_{Rcc} se obtienen respectivamente a partir de la tensión V_{1cc} y de la potencia P_{cc} del ensayo de cortocircuito a la corriente asignada. De las tensiones relativas ε_{cc} y ε_{Rcc} se puede obtener el parámetro ε_{Xcc} aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo de tensiones relativas de cortocircuito.

* Compruebe que los dos transformadores pueden conectarse en paralelo. En el caso de transformadores monofásicos es indispensable que ambos tengan la misma relación de transformación.

* El transformador más cargado es aquel cuya tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} es menor.

* Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S_T y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa P_T. En este último caso se puede obtener la potencia aparente S_T a partir de P_T y del factor de potencia cos φ_T.

* Normalmente no se comete un error apreciable en el cálculo de la potencia total que se suministra a la carga si se suman aritméticamente las potencias aparentes de ambos transformadores en lugar de sumar vectorialmente sus potencias complejas.

* Para calcular el reparto de potencias aparentes entre ambos transformadores en paralelo se plantea un sistema de dos ecuaciones. Una es que la potencia aparente total es aproximadamente igual a la suma aritmética de las potencias aparentes de los dos transformadores. La otra ecuación relaciona los índices de carga y las tensiones relativas de cortocircuito de ambos transformadores. También hay que tener en cuenta que el índice de carga de un transformador es el cociente entre su potencia aparente y su potencia asignada.

* La máxima potencia aparente S_{TN} que puede proporcionar el conjunto de dos transformadores en paralelo es aquella que hace que el índice de carga del transformador más cargado sea igual a la unidad.

* El transformador "T" equivalente a los dos transformadores en paralelo tiene las mismas tensiones asignadas, primaria y secundaria, que dichos transformadores en paralelo, su potencia asignada es S_{TN} y su tensión relativa de cortocircuito ε_{Tcc} es la misma que la del transformador más cargado.

  Conocidos estos parámetros del transformador T es posible calcular su corriente primaria de cortocircuito, que es igual a la del conjunto de los dos transformadores en paralelo.

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.4.1

Datos:

Transformador A:

S_N = 1500 kVA m = 15000/3000 V 50 Hz

Ensayo de cortocircuito: 207 V 460 A 31740 W

Transformador B:

S_N = 1000 kVA m = 15000/3000 V 50 Hz ε_{cc} = 8%

Carga apartado c): 2000 kW $\cos \varphi_T = 0{,}9$

Resolución:

a) Antes de empezar a estudiar un transformador es conveniente calcular sus tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1500000 \text{ VA}}{15000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{1500000 \text{ VA}}{3000 \text{ V}} = 500 \text{ A}$$

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente de 460 A y a una tensión de 207 V. Observando cuáles son las corrientes asignadas de los devanados de este transformador, se advierte que esta corriente está bastante próxima a la asignada del secundario (500 A) y es muy diferente de la corriente asignada primaria (100 A). Esto indica que el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el secundario. Como comprobación adicional se aprecia que la tensión a la que se ha realizado el ensayo (207 V) es el 1,38% de V_{1N} y el 6,9% de V_{2N}. Una tensión del 1,38% de la asignada es exageradamente pequeña en un ensayo de cortocircuito, pero un valor del 6,9 % resulta razonable en este tipo de ensayo, lo cual ratifica que se ha efectuado en el secundario. Como, además, este ensayo se ha realizado con una corriente que no es exactamente igual a la asignada, los datos que proporciona el enunciado son:

$$V_{2\,corto} = 207 \text{ V} \qquad I_{2\,corto} = 460 \text{ A} \qquad P_{corto} = 31740 \text{ W}$$

A continuación, se van a determinar las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1\,corto}}{V_{2\,corto}} = \frac{I_{2\,corto}}{I_{1\,corto}} \rightarrow \begin{cases} V_{1\,corto} = m \cdot V_{2\,corto} \\ I_{1\,corto} = \dfrac{I_{2\,corto}}{m} \end{cases} \qquad (1)$$

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

$$V_{1\,corto} = \frac{15000}{3000}\,207 = 1035\ V \qquad I_{1\,corto} = \frac{460}{\frac{15000}{3000}} = 92\ A$$

$$P_{corto} = 31740\ W$$

Seguidamente, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\,corto}\,\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}} = 1035 \cdot \frac{100}{92} = 1125\ V \qquad (2)$$

$$P_{cc} = P_{corto}\left(\frac{I_{1N}}{I_{1\,corto}}\right)^2 = 31740 \cdot \left(\frac{100}{92}\right)^2 = 37500\ W \qquad (3)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado por el primario a la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 1125\ V \qquad I_{1N} = 100\ A \qquad P_{cc} = 37500\ W$$

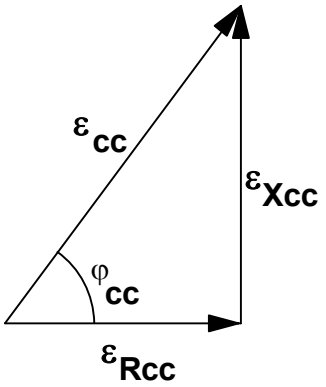


Fig. 1: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Los parámetros ε_{cc} y ε_{Rcc} se pueden calcular así:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{1125}{15000} \cdot 100 = 7{,}5\% \qquad (4)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{37500}{1500000} \cdot 100 = 2{,}5\% \qquad (5)$$

El parámetro ε_{Xcc} se calcula aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo de tensiones relativas de la Fig. 1:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{7{,}5^2 - 2{,}5^2} = 7{,}07\% \qquad (6)$$

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 7{,}5\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 2{,}5\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 7{,}07\%$.

b) A partir de este momento se denominará con el subíndice A a las magnitudes del transformador que se ha venido estudiando hasta ahora y con el subíndice B a las magnitudes del nuevo transformador que se acopla en paralelo con aquel. Por lo tanto, los datos de los transformadores puestos en paralelo son:

$$S_{AN} = 1500 \text{ kVA} \qquad \varepsilon_{Acc} = 7{,}5\%$$

$$S_{BN} = 1000 \text{ kVA} \qquad \varepsilon_{Bcc} = 8\%$$

Antes de empezar con el análisis del grupo de transformadores en paralelo hay que comprobar si cumplen las condiciones necesarias para poderse conectar en paralelo. Como se trata de transformadores monofásicos, la condición que deben cumplir es que tengan igual relación de transformación. Esto se cumple en este caso: ambos transformadores tienen como relación de transformación m = 15000/3000 V.

Los transformadores en paralelo tienen conectados sus devanados primarios en paralelo, por una parte, y sus secundarios también en paralelo, por otra. Esto obliga a que las caídas de tensión sean iguales en todos los transformadores en paralelo:

$$\overline{Z_{Acc}} \cdot \overline{I'_{A2}} = \overline{Z_{Bcc}} \cdot \overline{I'_{B2}} \quad \rightarrow \quad Z_{Acc} \cdot I'_{A2} = Z_{Bcc} \cdot I'_{B2}$$

De donde se deduce la siguiente relación:

$$C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \qquad (7)$$

Interesa que ambos transformadores conectados en paralelo se carguen por igual. Esto quiere decir que cuando una carga demande del transformador A un 60% de su potencia asignada también pida al transformador B el 60% de su potencia asignada. De esta manera se puede conseguir que ambos transformadores lleguen a proporcionar simultáneamente el 100 % de su potencia asignada, consiguiéndose un aprovechamiento óptimo de ambas máquinas. Dicho de otra manera, interesa que los índices de carga C_A y C_B de ambos transformadores sean iguales. La expresión (7) indica que esto se consigue si los transformadores conectados en paralelo tienen iguales tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc}. No es imprescindible que se cumpla esta condición de igualdad de los parámetros ε_{cc} para que dos transformadores se puedan conectar en paralelo, pero sí es recomendable.

En este caso, los parámetros de tensión relativa ε_{cc} de ambas máquinas no son iguales y una se cargará más que la otra. Según se puede deducir de la relación (7) la máquina más cargada (con mayor índice de carga C) será aquella cuya tensión relativa de cortocircuito es menor. Por lo tanto, el transformador más cargado (el más "duro") es el A.

El transformador más cargado es el A.

c) El enunciado indica que la carga tiene una potencia de 2000 kW. Como esta potencia está medida en kW se trata de su potencia activa P_{2T}. La potencia aparente de la carga S_T se obtiene así:

$$S_T = \frac{P_{2T}}{\cos \varphi_T} = \frac{2000}{0{,}9} = 2222 \text{ kVA} \tag{8}$$

Normalmente los transformadores en paralelo tienen unas impedancias de cortocircuito $\overline{Z}_{cc}$ cuyos argumentos φ_{cc} no son demasiado diferentes entre sí. Esto da lugar a que las corrientes secundarias de ambos transformadores estén casi en fase. Por esta razón, no se comete un error importante si se sustituye la siguiente relación vectorial:

$$\overline{S}_T = \overline{S}_A + \overline{S}_B \tag{9}$$

por esta relación escalar aproximada:

$$S_T \approx S_A + S_B \tag{10}$$

El reparto de potencias entre ambos transformadores se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones (7) y (10), teniendo en cuenta, además, que:

$$C_A = \frac{S_A}{S_{AN}} \text{ y } C_B = \frac{S_B}{S_{BN}} \tag{11}$$

Luego, se tiene este sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} &= C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_T &= S_A + S_B \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{S_A}{S_{AN}} \cdot \varepsilon_{Acc} &= \frac{S_B}{S_{BN}} \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_T &= S_A + S_B \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{S_A}{1500} \cdot 7{,}5 &= \frac{S_B}{1000} \cdot 8 \\ 2222 &= S_A + S_B \end{aligned}\right\}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene que S_A = 1367,4 kVA y S_B = 854,6 kVA. Se aprecia que ninguno de los dos transformadores proporciona una potencia mayor que su potencia asignada. Luego, ninguno de ellos queda sobrecargado al conectar esta carga.

Cuando se conecta una carga de 2000 kW con factor de potencia 0,9 al conjunto de estos dos transformadores en paralelo, las potencias aparentes que proporcionan estas máquinas son S_A = 1367,4 kVA y S_B = 854,6 kVA

d) Como el transformador A es el más cargado la máxima potencia aparente que se puede conectar al conjunto de los dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos, S_{TN}, es aquella que hace que el transformador A se cargue al 100%. Es decir, S_{TN} es la potencia aparente total que hace que el índice de carga del transformador más cargado (C_A) valga 1.

Luego, en estas condiciones el índice de carga del otro transformador se obtiene de (7):

$$\left.\begin{array}{l} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ C_A = 1 \end{array}\right\} \rightarrow 1 \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc}$$

$$C_B = \frac{\varepsilon_{Acc}}{\varepsilon_{Bcc}} = \frac{7{,}5}{8} = 0{,}938$$

Por lo tanto, aplicando las relaciones (10) y (11), en este caso se llega a:

$$S_{TN} = 1 \cdot S_{AN} + 0{,}938 \cdot S_{BN} = 1500 + 0{,}938 \cdot 1000 = 2438 \text{ kVA}$$

La máxima potencia que puede proporcionar el conjunto de estos dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos es 2438 kVA.

e) El transformador equivalente a estos dos transformadores en paralelo, que se designará con el subíndice "T", tiene las mismas tensiones asignadas que los dos transformadores en paralelo y su potencia asignada es la potencia aparente S_{TN} que se acaba de calcular en el apartado anterior. Luego:

$$V_{T1N} = V_{1N} = 15000 \text{ V} \qquad V_{T2N} = V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$S_{TN} = 2438 \text{ kVA}$$

Por lo tanto, las corrientes asignadas de este transformador equivalente valen:

$$I_{T1N} = \frac{S_{TN}}{V_{1N}} = \frac{2438 \cdot 10^3}{15000} \Rightarrow I_{T1N} = 162{,}5 \text{ A}$$

$$I_{T2N} = \frac{S_{TN}}{V_{2N}} = \frac{2438 \cdot 10^3}{3000} \Rightarrow I_{T2N} = 812{,}7 \text{ A} \qquad (13)$$

La tensión relativa de cortocircuito ε_{TN} del transformador equivalente es igual a la del transformador más cargado, que en este caso es el transformador A. En consecuencia:

$$\varepsilon_{ccT} = \varepsilon_{ccA} \Rightarrow \varepsilon_{ccT} = 7{,}5\%$$

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

La corriente primaria de cortocircuito del conjunto de los dos transformadores en paralelo es la del transformador equivalente. Por consiguiente:

$$I_{T1falta} = I_{T1N} \frac{100}{\varepsilon_{Tcc}} = 162{,}5 \frac{100}{7{,}5} \Rightarrow I_{T1falta} = 2167 \text{ A} \qquad (14)$$

Para el conjunto de estos dos transformadores en paralelo, la corriente de cortocircuito primaria vale 2167 A

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

PROBLEMA T.4.2

ENUNCIADO

Se dispone de dos transformadores trifásicos acoplados en paralelo de las siguientes características:

TRANSFORMADOR A:	20000/2000 V	Yd5	50 Hz	S_{AN} = 3 MVA
	ε_{Acc} = 4,5%	P_{Acc} = 30000 W	P_{A0} = 6999 W	I_{A0L} = 2 A
TRANSFORMADOR B:	20000/2000 V	Dy5	50 Hz	S_{BN} = 1 MVA
	ε_{Bcc} = 5%	P_{Bcc} = 13500 W	P_{B0} = 2043 W	I_{B0L} = 0,5 A

a) Calcular las siguientes magnitudes del transformador T equivalente a estos dos en paralelo:

S_{TN} ε_{Tcc} ε_{TRcc} ε_{TXcc} P_{Tcc} P_{T0} I_{T0L}

b) Si se produce un cortocircuito trifásico en el secundario del conjunto de los dos transformadores en paralelo, ¿cuál será la corriente de cortocircuito que el conjunto de estos dos transformadores demanda en régimen permanente por el primario? ¿Cuál será la corriente de choque de línea durante el régimen transitorio de este cortocircuito?

c) Si el conjunto de estos dos transformadores en paralelo está conectado a la tensión asignada por el primario y alimenta por el secundario a una carga de 1010 A con un factor de potencia 0,8 inductivo, ¿cuál será la tensión de línea en el secundario?

d) ¿Cómo se reparte la potencia aparente entre estos dos transformadores cuando alimentan la carga del apartado anterior?

e) ¿Cuál será el mayor de los rendimientos máximos del conjunto de estos dos transformadores en paralelo? ¿Qué potencia aparente suministra el conjunto de estos transformadores cuando están funcionando con este mayor rendimiento máximo?

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

RESULTADOS

a) $S_{TN} = 3{,}9$ MVA; $\varepsilon_{Tcc} = 4{,}5\%$; $\varepsilon_{TRcc} = 1{,}05\%$; $\varepsilon_{TXcc} = 4{,}38\%$;
$P_{Tcc} = 40935$ W; $P_{T0} = 9042$ W; $I_{T0L} = 2{,}5$ A

b) $I_{T1faltaL} = 2502$ A; $I_{T1ChL} = 5205$ A

c) $V_{2L} = 1938$ V

d) $S_A = 2{,}69$ MVA; $S_B = 0{,}81$ MVA

e) $\eta_{Máx} = 99\%$; $S\eta_{Máx} = 1833$ kVA

Transformadores

T.4: Conexión en paralelo

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Compruebe que los dos transformadores pueden conectarse en paralelo. En el caso de transformadores trifásicos es indispensable que ambos tengan la misma relación de transformación de tensiones m_T y el mismo índice horario, aunque pueden tener diferentes tipos de conexión.

* El transformador más cargado es aquel cuya tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} es menor.

* Normalmente no se comete un error apreciable en el cálculo de la potencia total que se suministra a la carga si se suman aritméticamente las potencias aparentes de ambos transformadores en lugar de sumar vectorialmente sus potencias complejas.

* La máxima potencia aparente S_{TN} que puede proporcionar el conjunto de dos transformadores en paralelo es aquella que hace que el índice de carga del transformador más cargado sea igual a la unidad. S_{TN} es también la potencia asignada del transformador equivalente a los conectados en paralelo.

* La tensión relativa de cortocircuito del transformador equivalente ε_{Tcc} es igual a la del transformador más cargado.

* La potencia de pérdidas en el cobre asignadas del transformador equivalente P_{TCuN} es igual a la medida en su ensayo de cortocircuito a la corriente asignada P_{Tcc} y es la suma de las pérdidas en el cobre de los transformadores puestos en paralelo cuando están proporcionando una potencia aparente total igual a S_{TN}.

* A partir de P_{Tcc} se puede calcular el parámetro ε_{TRcc}.

* De ε_{Tcc} y ε_{TRcc} se puede obtener el parámetro ε_{TXcc} aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo de tensiones relativas de cortocircuito.

* La potencia de pérdidas en el hierro del transformador equivalente P_{TFe} es igual a la medida en su ensayo de vacío P_{T0} y es la suma de las pérdidas en el hierro de los transformadores en paralelo.

* La potencia reactiva del transformador equivalente cuando está en vacío Q_{T0} es la suma de las de los transformadores en paralelo en vacío. Con P_{T0} y Q_{T0} se puede calcular la potencia aparente del transformador equivalente en vacío y, a partir de ella y de la tensión asignada, su corriente de vacío.

* Es recomendable obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario, tanto de línea como de fase, del transformador equivalente.

Transformadores
T.4: Conexión en paralelo

* El estudio de los cortocircuitos, rendimientos y caídas de tensión en el conjunto de varios transformadores en paralelo se reduce a su estudio sobre el transformador equivalente.

* En el transformador equivalente las corrientes permanentes de cortocircuito del primario $I_{T1faltaL}$ y del secundario $I_{T2faltaL}$ se pueden calcular utilizando las corrientes asignadas y la tensión relativa de cortocircuito ε_{Tcc}.

* La corriente de choque es el máximo valor de la corriente primaria durante el régimen transitorio de un cortocircuito trifásico en bornes del secundario cuando dicho cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles.

  Para obtener la corriente de choque se emplea una expresión que la calcula en función del valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito y de las tensiones relativas de cortocircuito.

  Como comprobación se debe verificar que la corriente de choque no es superior a 2,5 veces el valor eficaz de la respectiva corriente permanente de cortocircuito.

* La tensión del secundario se obtiene mediante una fórmula que relaciona la regulación ε_{TC} con las tensiones relativas ε_{TRcc} y ε_{TXcc}, el índice de carga y el factor de potencia. Como la carga es inductiva esta fórmula se utilizará con el signo +. Una vez conocida la regulación se puede calcular la tensión del secundario V_{2L} a partir de los valores de ε_{TC} y V_{2NL}.

* El índice de carga se puede calcular por cociente de la corriente que se suministra a la carga y la corriente asignada del secundario.

* Para la obtención de la potencia aparente a partir de la corriente secundaria se puede despreciar la caída de tensión y utilizar la tensión asignada secundaria.

* Para calcular el reparto de potencias aparentes entre ambos transformadores en paralelo se plantea un sistema de dos ecuaciones. Una es que la potencia aparente total es aproximadamente igual a la suma aritmética de las potencias aparentes de los dos transformadores. La otra ecuación relaciona los índices de carga y las tensiones relativas de cortocircuito de ambos transformadores. También hay que tener en cuenta que el índice de carga de un transformador es el cociente entre su potencia aparente y su potencia asignada.

* Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo del transformador equivalente se produce cuando el índice de carga es C_{Topt} , lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{T\eta máx}$.

* El rendimiento máximo del transformador equivalente $\eta_{Tmáx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{Topt} y $S_{T\eta máx}$.

* El mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad.

RESOLUCION DEL PROBLEMA T.4.2

Datos:

Transformador A:

m_T = 20000/3000 V	Yd5	S_{AN} = 3 MVA	50 Hz
ε_{Acc} = 4,5%	P_{Acc} = 30000 W	P_{A0} = 6999 W	I_{A0L} = 2 A

Transformador B:

m_T = 20000/2000 V	Dy5	S_{BN} = 1 MVA	50 Hz
ε_{Bcc} = 5%	P_{Bcc} = 13500 W	P_{B0} = 2043 W	I_{B0L} = 0,5 A

Carga apartados c) y d): I_{T2L} = 1010 A cos φ_T = 0,8 inductivo

Resolución:

a) Antes de empezar hay que comprobar si estos transformadores cumplen las condiciones necesarias para poderse conectar en paralelo. Como se trata de transformadores trifásicos, las condiciones que deben cumplir es que tengan iguales relación de transformación de tensiones e índice horario. Esto se cumple en este caso: ambas máquinas tienen como relación de transformación de tensiones m_T = 20000/2000 V y como índice horario 5.

Los transformadores en paralelo tienen conectados sus devanados primarios en paralelo, por una parte, y sus secundarios también en paralelo, por otra. Esto obliga a que las caídas de tensión sean iguales en todos los transformadores en paralelo, lo que da lugar a que se cumpla siempre esta relación:

$$C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \qquad (1)$$

Interesa que ambos transformadores conectados en paralelo se carguen por igual. Esto quiere decir que cuando una carga demande del transformador A un 40% de su potencia asignada también pida al transformador B el 40% de su potencia asignada. De esta manera se puede conseguir que ambos transformadores lleguen a proporcionar simultáneamente el 100 % de su potencia asignada, consiguiéndose así un aprovechamiento óptimo de ambas máquinas. Dicho de otra manera, interesa que los índices de carga C_A y C_B de ambos transformadores sean iguales. La expresión (1) indica que esto se consigue si los transformadores conectados en paralelo tienen iguales tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc}. No es imprescindible que se cumpla esta condición de igualdad de los parámetros ε_{cc} para que dos transformadores se puedan conectar en paralelo, pero sí es recomendable.

En este caso, los parámetros ε_{cc} de ambas máquinas no son iguales y una se cargará más que la otra. Según se puede deducir de la relación (1) la máquina más cargada (con mayor índice de carga C) será aquella cuya tensión relativa de cortocircuito es menor. Por lo tanto, el transformador más cargado (el más "duro") es el A.

Como el transformador A es el más cargado la máxima potencia aparente que se puede conectar al conjunto de los dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos, S_{TN}, es aquella que hace que el transformador A se cargue al 100%. Es decir, S_{TN} es la potencia aparente total que hace que el índice de carga del transformador más cargado (C_A) valga 1.

Luego, en estas condiciones el índice de carga del otro transformador se obtiene de (1):

$$\left.\begin{array}{l} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ C_A = 1 \end{array}\right\} \rightarrow 1 \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc}$$

$$C_B = \frac{\varepsilon_{Acc}}{\varepsilon_{Bcc}} = \frac{4{,}5}{5} = 0{,}9 \qquad (2)$$

Normalmente los transformadores en paralelo tienen unas impedancias de cortocircuito $\overline{Z}_{cc}$ cuyos argumentos φ_{cc} no son demasiado diferentes entre sí. Esto da lugar a que las corrientes secundarias de ambos transformadores estén casi en fase. Por esta razón, no se comete un error importante si se sustituye la siguiente relación vectorial:

$$\overline{S}_T = \overline{S}_A + \overline{S}_B$$

por esta relación escalar aproximada:

$$S_T \approx S_A + S_B \qquad (3)$$

Por otra parte, se sabe que, por la definición de índice de carga, se cumple que:

$$C_A = \frac{S_A}{S_{AN}} \text{ y } C_B = \frac{S_B}{S_{BN}} \qquad (4)$$

Por lo tanto, aplicando las relaciones (3) y (4), en este caso se llega a:

$$S_{TN} = 1 \cdot S_{AN} + 0{,}9 \cdot S_{BN} = 3 + 0{,}9 \cdot 1 = 3{,}9 \text{ MVA}$$

El conjunto de los dos transformadores en paralelo equivale a un único transformador, el cual se va a designar mediante el subíndice T, cuya potencia asignada es precisamente S_{TN}.

La relación de transformación de tensiones del transformador equivalente es la misma que la de los transformadores en paralelo; es decir, m_T = 20000/2000 V.

La tensión relativa de cortocircuito del transformador equivalente es igual a la del transformador más cargado, que en este caso es el A. Luego:

$$\varepsilon_{Tcc} = \varepsilon_{Acc} = 4{,}5\% \qquad (5)$$

Para una carga diferente de la asignada, la potencia de pérdidas en el cobre de un transformador vale:

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = C^2 \cdot P_{cc} \tag{6}$$

En esta expresión se ha tenido en cuenta que la potencia medida en el ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc} es igual a la potencia de pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}.

Cuando el conjunto de los dos transformadores en paralelo está suministrando la potencia S_{TN}, el índice de carga del transformador A (el más cargado) vale $C_A = 1$ y el del B vale $C_B = 0,9$ (según se obtuvo de (2)). En esta situación, las pérdidas en el cobre de cada transformador se calculan empleando la relación (6):

$$\begin{aligned} P_{ACu} &= C_A^2 \cdot P_{ACuN} = 1^2 \cdot 30000 = 30000 \text{ W} \\ P_{BCu} &= C_B^2 \cdot P_{BCuN} = 0,9^2 \cdot 13500 = 10935 \text{ W} \end{aligned} \tag{7}$$

Las pérdidas en el cobre asignadas del transformador equivalente serán iguales a las pérdidas en el cobre del conjunto de las dos máquinas en paralelo cuando están suministrando la potencia S_{TN}:

$$P_{TCuN} = P_{Tcc} = 30000 + 10935 = 40935 \text{ W} \tag{8}$$

Se sabe que el parámetro ε_{Rcc} de un transformador se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{P_{CuN}}{S_N} \cdot 100 \tag{9}$$

que en el caso del transformador equivalente da el siguiente resultado:

$$\varepsilon_{TRcc} = \frac{P_{Tcc}}{S_{TN}} \cdot 100 = \frac{40935}{3,9 \cdot 10^6} \cdot 100 = 1,05\% \tag{10}$$

En la expresión anterior hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

Una vez conocidos los parámetros ε_{Tcc} y ε_{TRcc} , el parámetro ε_{TXcc} se obtiene aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo de tensiones relativas de cortocircuito de la Fig. 1:

$$\varepsilon_{TXcc} = \sqrt{\varepsilon_{Tcc}^2 - \varepsilon_{TRcc}^2} = \sqrt{4,5^2 - 1,05^2} = 4,38\% \tag{11}$$

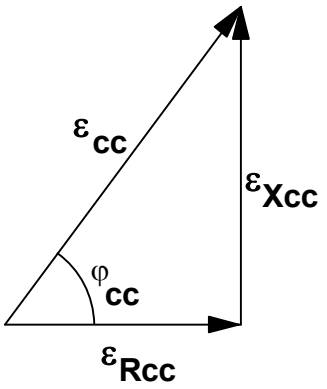


Fig. 1: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

La potencia de cortocircuito del transformador equivalente P_{Tcc} es igual a su potencia de pérdidas en el cobre asignadas P_{TCuN} y ya se han calculado mediante la relación (8). Su valor es de 40935 W.

La potencia de vacío del transformador equivalente P_{T0} es igual sus pérdidas en el hierro P_{TFe} y es la suma de las potencias de vacío de los transformadores conectados en paralelo:

$$P_{T0} = P_{TFe} = P_{A0} + P_{B0} = 6999 + 2043 = 9042 \text{ W}$$

La corriente de vacío (de línea) del transformador equivalente I_{T0L} se puede calcular mediante la suma vectorial de las corrientes de vacío (de línea) de los transformadores en paralelo. Sin embargo, es más sencillo obtenerla a partir de las potencias activa y reactiva del transformador equivalente cuando está en vacío.

En vacío los factores de potencia de los transformadores que están conectados en paralelo son:

$$\cos\varphi_{A0} = \frac{P_{A0}}{\sqrt{3}\ V_{1NL}\ I_{A0L}} = \frac{6999}{\sqrt{3}\ \cdot 20000 \cdot 2} = 0{,}101$$

$$\cos\varphi_{A0} = 0{,}101 \ \rightarrow\ \varphi_{A0} = 84{,}20º \ \rightarrow\ \text{tg}\,\varphi_{A0} = 9{,}85$$

$$\cos\varphi_{B0} = \frac{P_{B0}}{\sqrt{3}\ V_{1NL}\ I_{B0L}} = \frac{2043}{\sqrt{3}\ \cdot 20000 \cdot 0{,}5} = 0{,}118$$

$$\cos\varphi_{B0} = 0{,}118 \ \rightarrow\ \varphi_{B0} = 83{,}23º \ \rightarrow\ \text{tg}\,\varphi_{B0} = 8{,}42$$

y las potencias reactivas valen, pues:

$$Q_{A0} = P_{A0} \cdot \text{tg}\,\varphi_{A0} = 6999 \cdot 9{,}85 = 68940\ \text{VAr}$$

$$Q_{B0} = P_{B0} \cdot \text{tg}\,\varphi_{B0} = 2043 \cdot 8{,}42 = 17202\ \text{VAr} \qquad (12)$$

En vacío el transformador equivalente consumirá una potencia reactiva Q_{T0} igual a la suma de las de los transformadores en paralelo:

$$Q_{T0} = Q_{A0} + Q_{B0} = 68940 + 17202 = 86142 \text{ VAr}$$

Luego:

$$S_{T0} = \sqrt{P_{T0}^2 + Q_{T0}^2} = \sqrt{9042^2 + 86142^2} = 86615 \text{ VA}$$

$$I_{T0L} = \frac{S_{T0}}{\sqrt{3} \cdot V_{1NL}} = \frac{86615}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 2{,}49 \text{ A} \qquad (13)$$

Es conveniente calcular también las intensidades asignadas de línea del transformador equivalente:

$$I_{T1NL} = \frac{S_{TN}}{\sqrt{3} \cdot V_{1NL}} = \frac{3{,}9 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 112{,}6 \text{ A}$$

$$I_{T2NL} = \frac{S_{TN}}{\sqrt{3} \cdot V_{2NL}} = \frac{3{,}9 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 2000} = 1126 \text{ A} \qquad (14)$$

Las magnitudes correspondientes al transformador T, equivalente a los dos conectados en paralelo, son: S_{TN} = 3,9 MVA, ε_{Tcc} = 4,5%, ε_{TRcc} = 1,05%, ε_{TXcc} = 4,38%, P_{Tcc} = 40935 W, P_{T0} = 9042 W e I_{T0L} = 2,49 A.

b) El estudio de los cortocircuitos, rendimientos y caídas de tensión en el conjunto de varios transformadores en paralelo se reduce a su estudio sobre el transformador equivalente. Por lo tanto, el análisis de estos fenómenos se realiza de forma similar a lo mostrado anteriormente para un sólo transformador en los problemas de los apartados 2 y 3 (véase el problema T.3.3).

La corriente permanente de cortocircuito primaria (de línea) se calcula así:

$$I_{T1faltaL} = I_{T1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{Tcc}} = 112{,}6 \cdot \frac{100}{4{,}5} = 2502 \text{ A}$$

La corriente de choque de línea I_{1ChL} se calcula así:

$$I_{1\,ChL} = \sqrt{2}\, I_{1faltaL} \left[1 + e^{-\pi \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{Xcc}}}\right] = \sqrt{2} \cdot 2502 \left[1 + e^{-\pi \frac{1{,}05}{4{,}38}}\right] = 5205 \text{ A}$$

Como verificación de que este resultado es correcto se comprueba que se cumple que:

$$I_{1\,ChL} \leq 2{,}5 \cdot I_{1faltaL} \;\Rightarrow\; 5205 \leq 2{,}5 \cdot 2502 = 6255\,A$$

Para el conjunto de estos dos transformadores en paralelo, la corriente de cortocircuito (de línea) primaria vale 2502 A y la corriente de choque de línea vale 5205 A.

c) La tensión de línea en los secundarios de los dos transformadores conectados en paralelo es la misma que la tensión secundaria del transformador equivalente. Por lo tanto, se va a proceder a calcular la caída de tensión en el transformador equivalente de la misma manera que en los problemas del apartado 3.

El índice de carga de un transformador se puede calcular mediante uno cualquiera de los siguientes cocientes:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_{2L}}{I'_{2NL}} = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} = \frac{I_1}{I_{1N}} \qquad (15)$$

En este caso, el enunciado del problema indica que la carga consume una corriente total de 1010 A. Esto significa que, aplicando (15), el transformador equivalente tiene este índice de carga:

$$C_T = \frac{I_{T2L}}{I_{T2NL}} = \frac{1010}{1126} = 0{,}9 \qquad (16)$$

La regulación ε_C de un transformador se define así:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \\ = \frac{V_{1NL} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \qquad (17)$$

y se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_C = C\left[\left(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2\right) \pm \left(\varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_2\right)\right] \qquad (18)$$

En esta fórmula se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

Por lo tanto, utilizando los parámetros del transformador equivalente y usando el signo + en la relación (18) (pues la carga tiene factor de potencia inductivo), se obtiene que:

$$\varepsilon_{TC} = C_T \cdot \left[\left(\varepsilon_{TRcc} \cdot \cos\varphi_{T2}\right) \pm \left(\varepsilon_{TXcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{T2}\right)\right] = \\ = 0{,}9 \cdot \left[1{,}05 \cdot 0{,}8 + 4{,}38 \cdot 0{,}6\right] = 3{,}12\% \qquad (19)$$

Teniendo en cuenta la relación (17), se puede calcular la tensión de línea en el secundario del transformador equivalente:

$$\varepsilon_{TC} = \frac{V_{20L} - V_{2L}}{V_{20L}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_{TC}}{100}\right) \tag{20}$$

$$V_{2L} = V_{20L}\left(1 - \frac{\varepsilon_{TC}}{100}\right) = 2000 \cdot \left(1 - \frac{3{,}12}{100}\right) = 1938 \text{ V}$$

La tensión de línea en bornes de los secundarios de estos dos transformadores conectados en paralelo cuando los primarios están a la tensión asignada y el conjunto suministra 1010 A con factor de potencia 0,8 inductivo es 1938 V.

d) Dado el pequeño valor porcentual de la caída de tensión en un transformador, ésta no se suele tener en cuenta en el cálculo de su potencia en el secundario. Es decir, no se comete un error apreciable si en el cálculo de la potencia se emplea la tensión asignada en lugar de la verdadera tensión secundaria. Por lo tanto, en este caso la potencia aparente que demanda la carga vale:

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_{2NL} \cdot I_{2TL} = \sqrt{3} \cdot 2000 \cdot 1010 = 3{,}5 \cdot 10^6 \text{ VA}$$

$$S_T = 3{,}5 \text{ MVA}$$

Partiendo de (1), (3) y (4) se deduce este sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_T = S_A + S_B \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{S_A}{S_{AN}} \cdot \varepsilon_{Acc} = \dfrac{S_B}{S_{BN}} \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_T = S_A + S_B \end{array}\right\} \tag{21}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{S_A}{3} \cdot 4{,}5 = \dfrac{S_B}{1} \cdot 5 \\ 3{,}5 = S_A + S_B \end{array}\right\}$$

La resolución de este sistema de ecuaciones da las siguientes potencias: $S_A = 2{,}69$ MVA y $S_B = 0{,}81$ MVA. Se aprecia que ninguno de los dos transformadores proporciona una potencia mayor que su potencia asignada. Luego, ninguno de ellos queda sobrecargado al conectar esta carga.

Cuando se conecta una carga de 1010 A con factor de potencia 0,8 al conjunto de estos dos transformadores en paralelo, las potencias aparentes que proporcionan estas máquinas son $S_A = 2{,}69$ MVA y $S_B = 0{,}81$ MVA

e) El rendimiento del conjunto de los dos transformadores conectados en paralelo se estudia analizando el del transformador equivalente a ellos.

El rendimiento máximo del transformador equivalente, para un factor de potencia dado, se produce cuando la carga es tal que sus pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a sus pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). El índice de carga correspondiente se denomina C_{Topt} y la potencia aparente se llama $S_{T\eta max}$:

$$C_T = C_{Topt} \rightarrow P_{Tv} = P_{Tf} \rightarrow P_{TCu} = P_{TFe} \rightarrow C_{Topt}^2 \cdot P_{TCuN} = P_{TFe}$$

$$C_{Topt} = \sqrt{\frac{P_{TFe}}{P_{TCuN}}} = \sqrt{\frac{P_{T0}}{P_{Tcc}}} = \sqrt{\frac{9042}{40935}} = 0{,}47 \qquad (22)$$

$$C_{Topt} = \frac{S_{T\eta\ máx}}{S_{TN}} \rightarrow S_{T\eta\ máx} = C_{Topt} \cdot S_{TN} = 0{,}47 \cdot 3{,}9 = 1{,}833 \text{ MVA}$$

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo del transformador equivalente se produce con el mismo índice de carga C_{Topt}, el rendimiento máximo $\eta_{Tmáx}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor } \eta_{T\ máx} \rightarrow \cos\varphi_{T2} = 1 \qquad (23)$$

Así pues, el mayor de los rendimientos máximos se calcula mediante la fórmula general del rendimiento en la que al índice de carga se le dará el valor de C_{Topt} y el factor de potencia valdrá la unidad:

$$\eta_{Tmáx} = \frac{C_{Topt} \cdot S_{TN} \cdot \cos\varphi_{T2}}{C_{Topt} \cdot S_{TN} \cdot \cos\varphi_{T2} + P_{TFe} + C_{Topt}^2 \cdot P_{TCuN}} = \frac{S_{T\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_{T2}}{S_{T\eta\ máx} \cdot \cos\varphi_{T2} + 2 \cdot P_{TFe}} \qquad (24)$$

$$\eta_{Tmáx} = \frac{1{,}833 \cdot 10^6 \cdot 1}{1{,}833 \cdot 10^6 \cdot 1 + 2 \cdot 9042} = 0{,}99 = 99\%$$

En esta expresión hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

El mayor de los rendimientos máximos del conjunto de estos dos transformadores puestos en paralelo vale 99% y se produce cuando suministran una potencia aparente total de 1833 kVA.

BIBLIOGRAFÍA

[1] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[2] CORRALES MARTIN. 1982. *Cálculo Industrial de máquinas eléctricas (2 tomos)*. Barcelona: Marcombo.

[3] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw Hill Interamericana.

[4] FOGIEL, M. 1987. *The electrical machines problem solver*. New York. Research and Education Association.

[5] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.

[6] FRAILE MORA, J. y FRAILE ARDANUY, J. 2015. *Problemas de máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L

[7] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético. Tomo V. Las máquinas eléctricas I*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.

[8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas (3 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas (2 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[10] RODRÍGUEZ POZUETA, M. A. Diversos apuntes sobre transformadores publicados en esta web: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Trafo

[11] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.

[12] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.